

# ÍNDICE

ESTUDO DAS PROJEÇÕES .....	2
ESTUDO DO PONTO.....	7
ESTUDO DA RETA .....	13
ESTUDO DO PLANO .....	37
BIBLIOGRAFIA E CRÉDITOS .....	50

# ESTUDO DAS PROJEÇÕES

## NOÇÕES ELEMENTARES

### 1. DEFINIÇÃO

→ **Geometria** é a ciência que tem por objetivo a medida das linhas, superfícies e dos volumes.

→ **Descrever** significa representar, contar minuciosamente, traçar.

O conteúdo que será estudado na disciplina desenho no segundo ano do ensino médio denomina-se **Geometria Descritiva** e tem por objetivo representar em um plano (bidimensional), figuras (objetos bi ou tridimensionais) do espaço de tal forma que, neste plano, seja possível representar suas características relativas à dimensão, forma e posição.

Projetar significa representar em um plano de projeção a imagem de um objeto ou figura que está no espaço.

### 2. ELEMENTOS DE UMA PROJEÇÃO

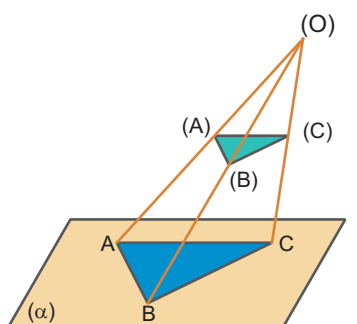


Fig. 1 - projeção cônica do triângulo (ABC) paralelo ao plano ( $\alpha$ )

- (O) ponto objetivo (no espaço), centro ou pólo de projeção  
 (A)(B)(C) vértices do triângulo que está no espaço  
 ABC projeção dos pontos (A),(B),(C) no plano de projeção ( $\alpha$ )  
 ( $\alpha$ ) plano de projeção (anteparo)  
 $\overline{(O)(A)A}$  } projetantes (semirretas que saem do centro de projeção,  
 $\overline{(O)(B)B}$  } passam pelos vértices da figura no espaço e determinam  
 $\overline{(O)(C)C}$  } suas projeções em ( $\alpha$ ))

### 3. TIPOS DE PROJEÇÃO

Existem 2 tipos de projeção: a cônica e a cilíndrica

#### 3.1. PROJEÇÃO CÔNICA

Na projeção cônica, o centro de projeção (ou pólo) fica relativamente próximo ao objeto que está no espaço. Isso faz com que o feixe de projetantes seja divergente, determinando no plano de projeção uma imagem de tamanho diferente do objeto.

A projeção cônica é assim denominada devido ao aspecto do feixe de projetantes que possui o formato de um cone. (Fig. 2).

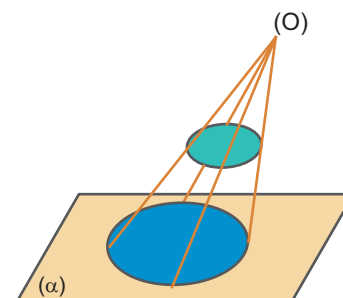


Fig. 2 - projeção cônica

#### 3.2. PROJEÇÃO CILÍNDRICA

Na projeção cilíndrica, o centro de projeção se afasta do objeto fazendo com que o feixe de projetantes fique paralelo. Esse paralelismo é que determina uma imagem, no plano de projeção, de tamanho bem próximo ao objeto que está no espaço.

Na projeção cilíndrica, o feixe de projetantes tem aspecto de um cilindro.

A projeção cilíndrica pode ser oblíqua (quando o feixe de projetantes forma, com o plano de projeção, ângulo diferente de  $90^\circ$  - Fig. 3) ou ortogonal (quando o feixe de projetantes forma, com o plano de projeção, ângulo igual a  $90^\circ$  - Fig. 4).

Obs. - ( $\gamma$ ) é o ângulo que o feixe de projetantes forma com o plano de projeção ( $\alpha$ ).

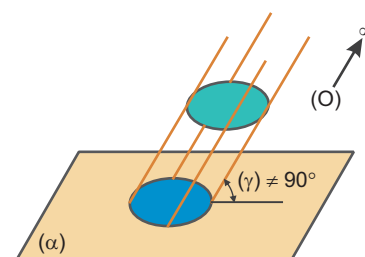


Fig. 3 - projeção cilíndrica oblíqua

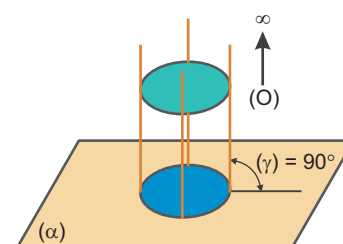


Fig. 4 - projeção cilíndrica ortogonal

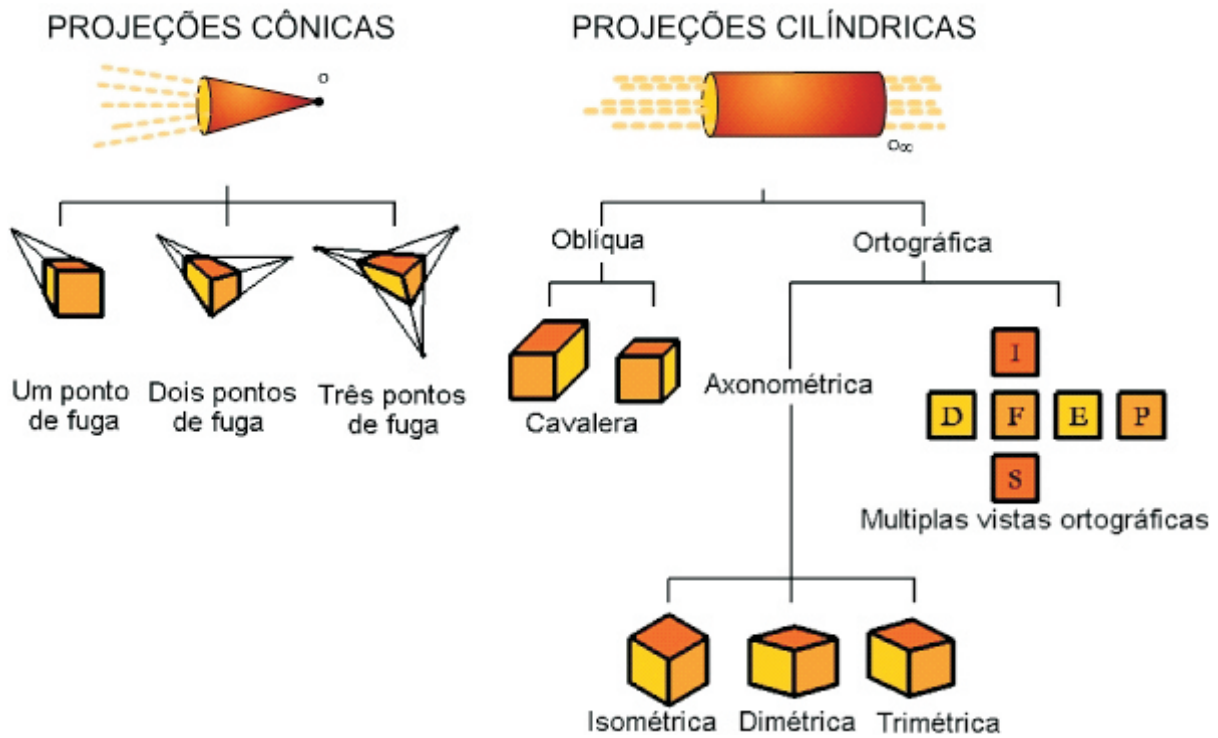


Fig. 5 - como o sistema projetivo se estrutura. Créditos: [http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq\\_M2.htm](http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M2.htm)

Observe abaixo com atenção o desenho em quadrinho do Homem Aranha representado em projeção cônica e em projeção cilíndrica.

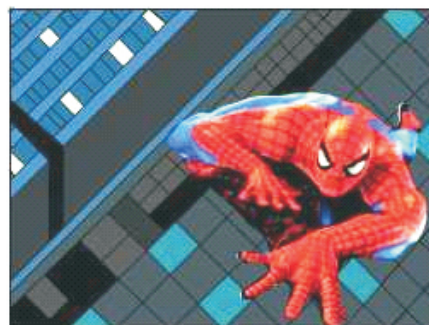
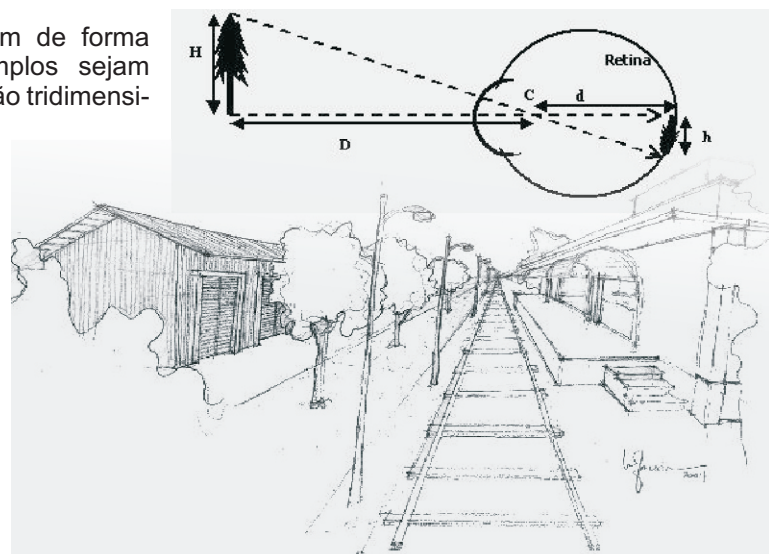


Fig. 6 - Créditos: [http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq\\_M2.htm](http://www.rau-tu.unicamp.br/~luharris/DTarq/DTarq_M2.htm)

Tentando compreender a imagem de forma tridimensional (embora os dois exemplos sejam projeções bidimensionais de uma situação tridimensional), a primeira (cônica) é mais familiar aos nossos olhos, pois esta mais próxima da forma como nossos olhos captam as imagens que estão ao nosso redor (homotetia inversa).

Por isso que ao observar uma paisagem como a representada ao lado temos a impressão que as retas paralelas, como os trilhos do trem, se encontram em um ponto chamado ponto de fuga que se situa na linha do horizonte (linha que fica sempre na altura dos olhos de quem observa).



#### 4. O SISTEMA BI-PROJETIVO

O sistema bi-projetivo de Gaspar Monge utiliza a projeção cilíndrica ortogonal. (fig. 4).

No século XVIII, muitos estudavam a geometria projetiva, porém Gaspar Monge acabou sendo conhecido como o “pai” da Geometria Descritiva. Ele percebeu a necessidade de uma segunda projeção para informar a posição de pontos que pertenciam a mesma projetante, pois tais pontos teriam suas projeções coincidentes no plano de projeção (fig. 7).

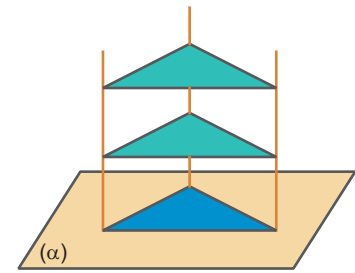


Fig. 7 - Os triângulos (ABC) e (DEF) possuem projeções coincidentes

Para resolver essa questão, dividiu-se dividir o espaço em partes iguais através de dois planos perpendiculares entre si: o plano horizontal de projeção também chamado de (p) e o plano vertical também denominado de (p'). Esses planos determinam quatro semi-espacos denominados diedros (fig. 8). Assim cada ponto objetivo teria duas projeções que individualizariam sua posição no espaço.

Para planificar o sistema bi-projetivo de Gaspar Monge, fez-se o rebatimento (giro) do plano horizontal, sobre a linha de terra (reta de interseção do plano horizontal e com o plano vertical de projeção), no sentido horário, até que o mesmo coincida com o plano vertical (fig.9). Esse rebatimento é denominado **Épura** (fig.11).

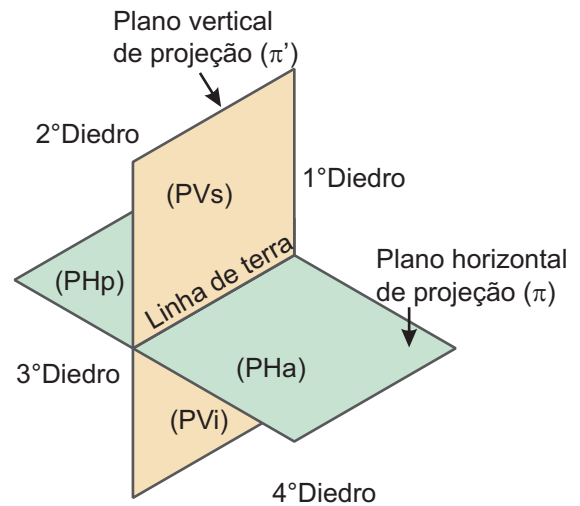


Fig. 8 - Os planos de projeção dividem o espaço em diedros

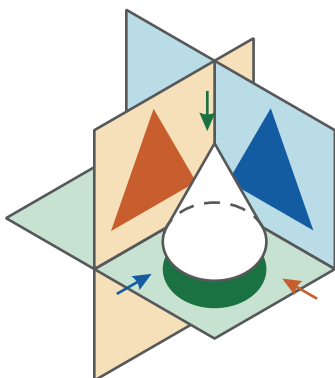


Fig. 9 - O movimento de rebatimento dos planos horizontal e lateral para coincidir com o plano vertical

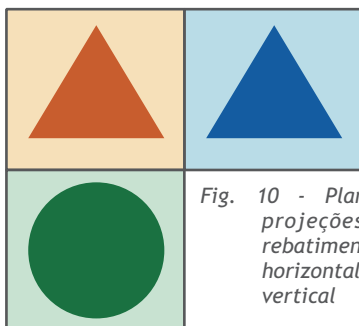
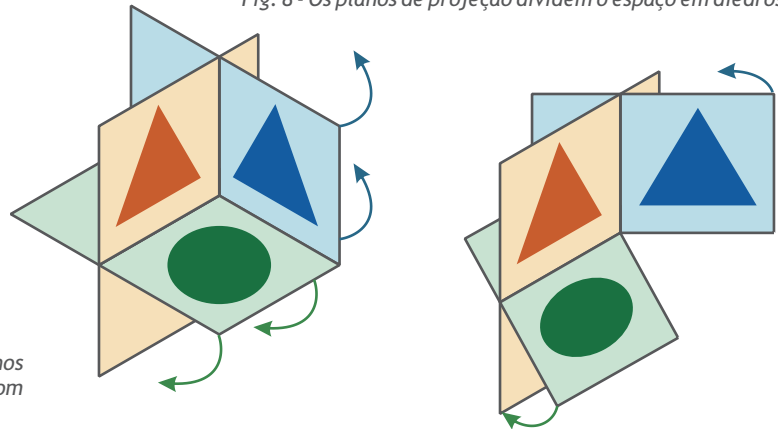


Fig. 10 - Planificação das projeções após o o rebatimento do plano horizontal sobre o plano vertical

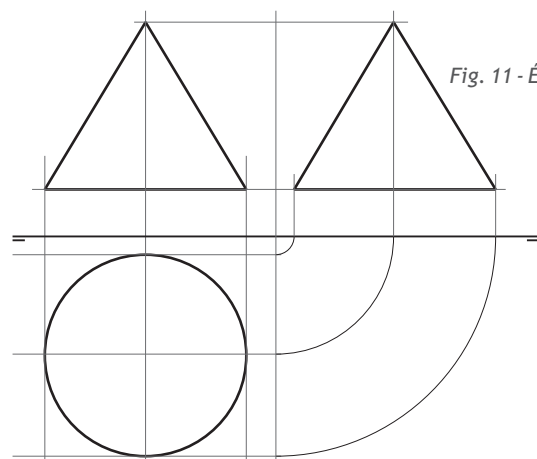


Fig. 11 - Épura

O objeto em estudo pode se situar em qualquer um dos quatro diedros de projeção, entretanto no desenho técnico não se utiliza projeções nos diedros pares devido a possibilidade de sobreposição das imagens. No primeiro diedro (norma alemã: DIN - Deutsches Institut für Normung) ou o terceiro diedro (norma americana: ANSI - American National Standards Institute) tal sobreposição não ocorre, entretanto o SI (Sistema Internacional de Medidas) adotou as projeções no primeiro diedro e a ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) adota as convenções do SI para representações no Desenho Técnico (Fig.12).

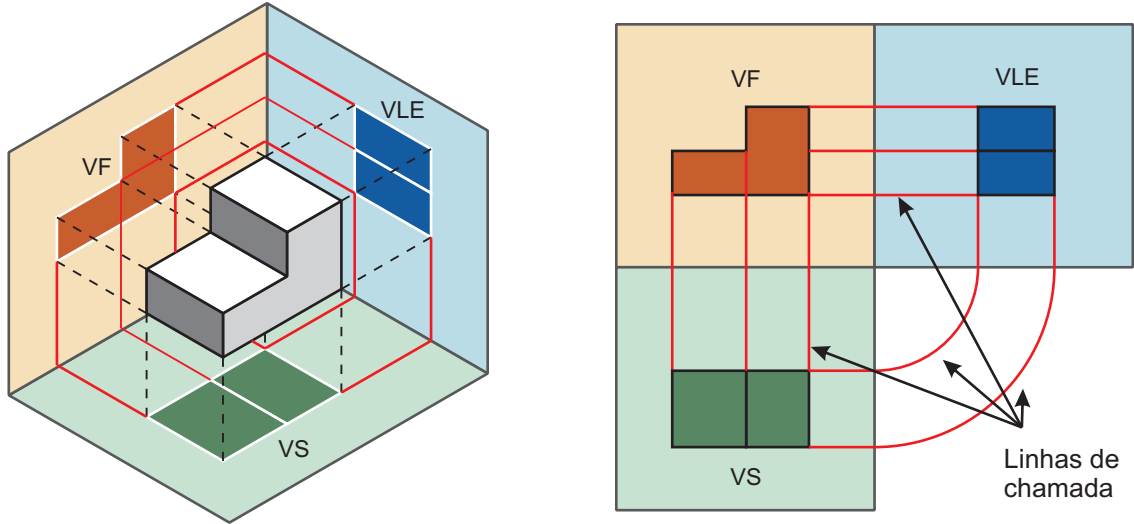
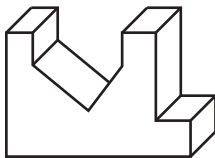


Fig. 12 - Representação Espacial e as Vistas Ortográficas de uma peça situada no primeiro diedro de projeção

**EXERCÍCIOS**

1- Identifique os sistemas de projeção das imagens abaixo de acordo com a legenda:

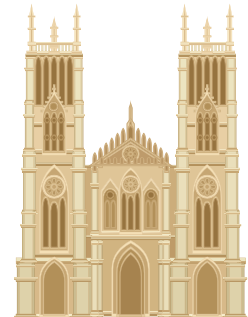
- 1 - Cônico      2 - Cilíndrico oblíquo      3 - Cilíndrico ortogonal



[ ]



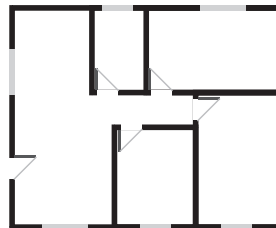
[ ]



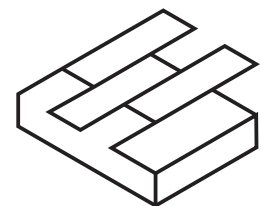
[ ]



[ ]



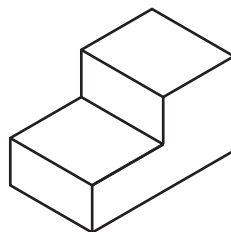
[ ]



[ ]



[ ]

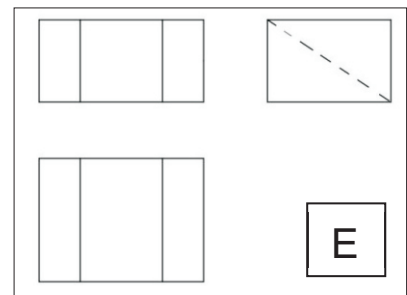
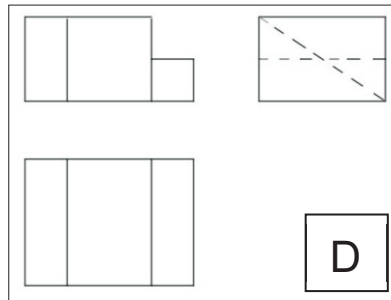
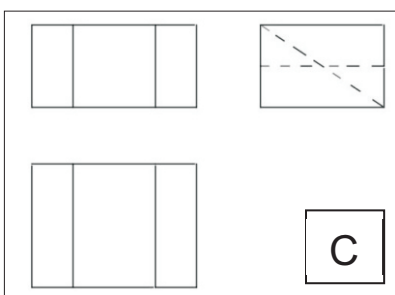
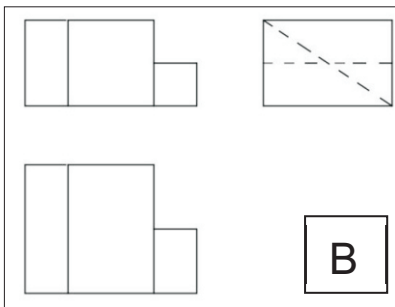
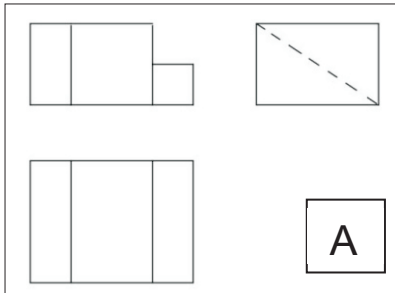
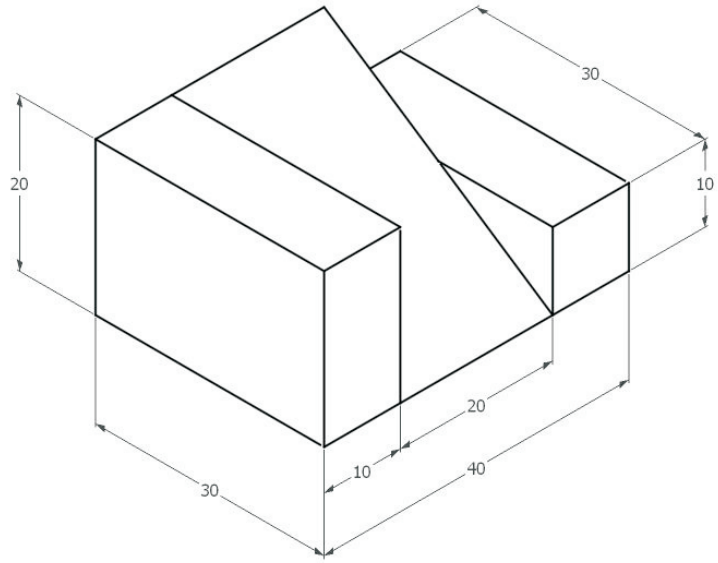


[ ]

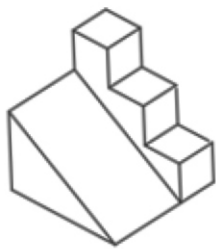
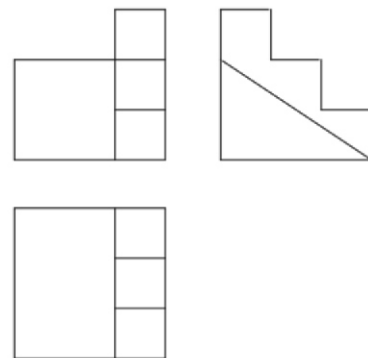


[ ]

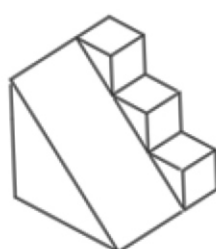
2 - Observe a peça ao lado representada em perspectiva isométrica e, a seguir, assinale a alternativa que representa corretamente suas três vistas ortográficas principais:



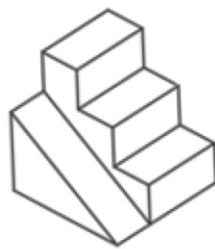
3 - Assinale a perspectiva isométrica que corresponde às vistas ortográficas principais abaixo:



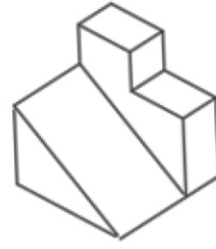
[ A ]



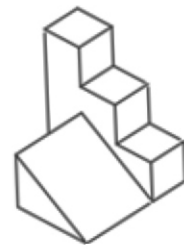
[ B ]



[ C ]



[ D ]



[ E ]

# ESTUDO DO PONTO

## 1. DEFINIÇÃO

O sistema bi-projetivo de Gaspard Monge (Figura 1), em que é apoiada a **Geometria Descritiva**, visa representar, além das projeções, a posição dos elementos no espaço tridimensional. Portanto, um ponto (elemento adimensional) tem pelo menos duas projeções, representadas por suas distâncias aos planos de projeção (Figura 2).

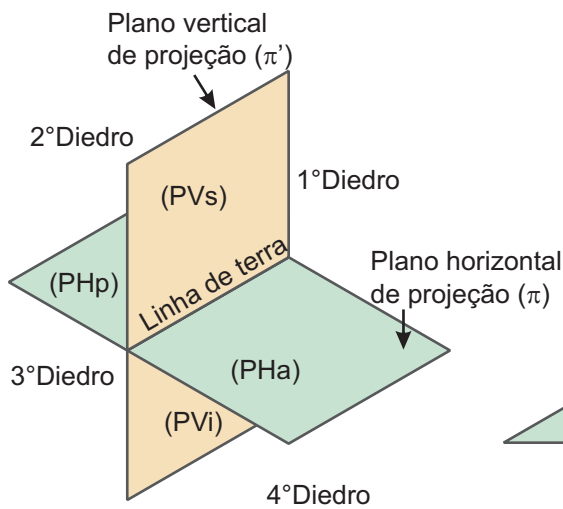


Fig. 1 - Os planos de projeção que dividem o espaço em diedros, e seus elementos

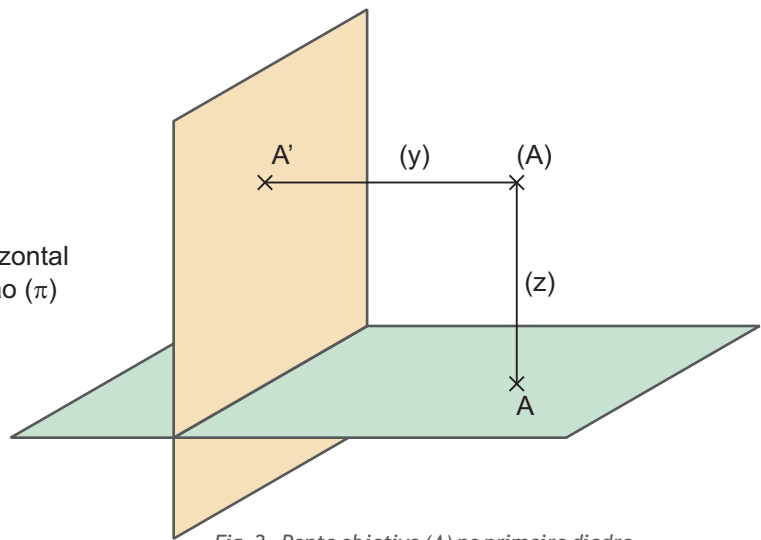


Fig. 2 - Ponto objetivo (A) no primeiro diedro

## 2. LOCALIZAÇÃO

Enquanto determinamos a localização de um ponto no plano cartesiano, por apenas duas coordenadas **x** e **y** (figura 3), no espaço tridimensional precisamos das três coordenadas **x**, **y** e **z** (figura 4):

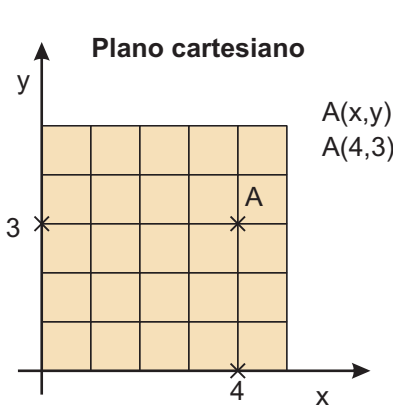


Fig. 3 - Localização do ponto A no plano cartesiano

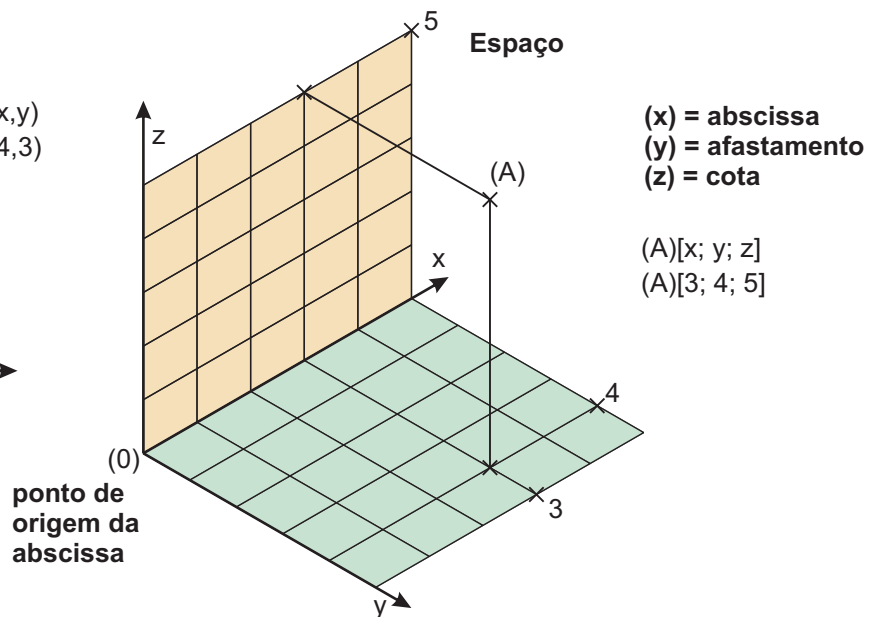
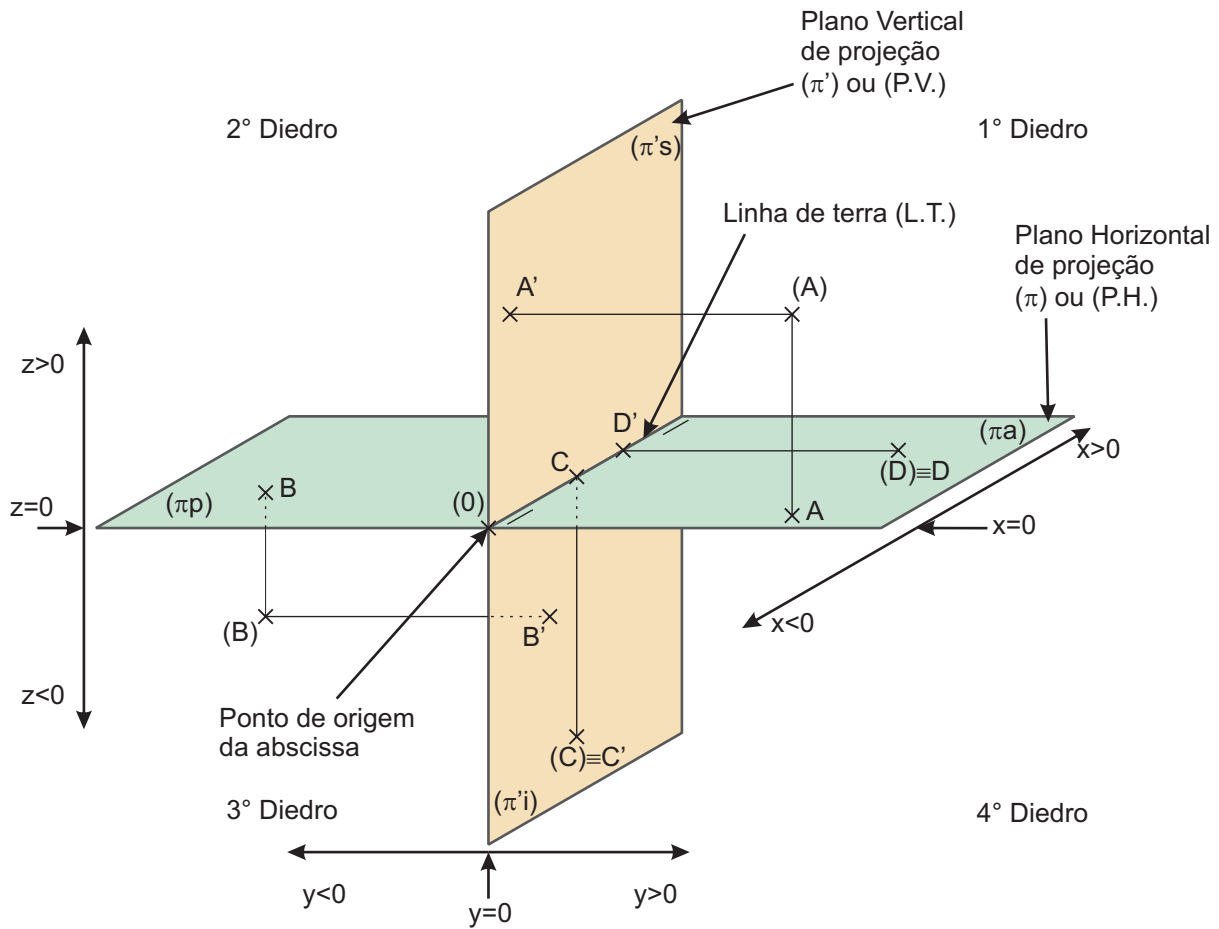


Fig. 4 - Localização do ponto objetivo (A) no espaço

Como o ponto pode estar situado em quatro diedros, quatro semiplanos ou na linha de terra, teremos coordenadas assumindo valores positivos, nulos ou negativos:



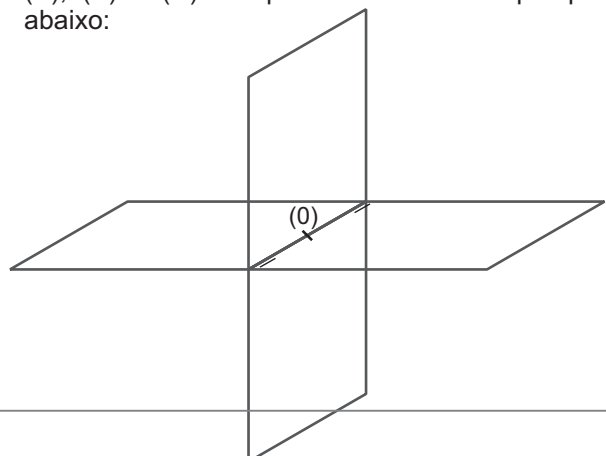
		ponto contido	
( $\pi a$ )	semiplano horizontal anterior (PHA)	$y > 0$	$z = 0$
( $\pi p$ )	semiplano horizontal posterior (PHP)	$y < 0$	$z = 0$
( $\pi's$ )	semiplano vertical superior (PVS)	$y = 0$	$z > 0$
( $\pi'i$ )	semiplano vertical inferior (PVI)	$y = 0$	$z < 0$

**EXERCÍCIOS**

1- Identifique a localização dos pontos abaixo, segundo suas coordenadas espaciais:

- (A)[00;20;-30] .....
- (B)[-15;00;05] .....
- (C)[20;10;15] .....
- (D)[?;-19;-01] .....
- (E)[?;00;-30] .....
- (F)[?;20;00] .....
- (G)[?;00;00] .....
- (H)[?;-20;00] .....

2- Faça um esboço da posição espacial dos pontos (A), (B) e (C) da questão anterior na perspectiva abaixo:





### 3. ÉPURA

Como vimos anteriormente (página 5), a épura é a planificação resultante da sobreposição, por rebatimento, do plano horizontal sobre o plano vertical, para possamos representar elementos tridimensionais de forma bidimensional, na folha de papel (figura 5).

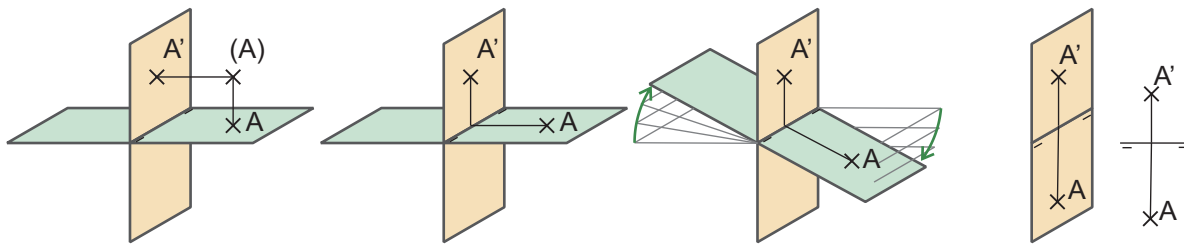


Fig. 5 - 1º quadro: Determinação das projeções A e A' do ponto objetivo (A).  
 2º quadro: Ignoramos o ponto objetivo e mantemos as distâncias das coordenadas (x, y e z).  
 3º quadro: Com a linha de terra como centro, giramos o plano horizontal em 90º no sentido horário.  
 4º quadro: Obtemos a épura (planificação) da representação espacial do ponto.

Com base nessa movimentação dos planos, devemos ficar atentos às disposições que as projeções de um ponto terão quando representadas em épura, em função das diferentes localizações espaciais possíveis. Veja as ilustrações abaixo:

<p><b>Ponto (A) no 1º diedro</b>                      Afastamento positivo (<math>y &gt; 0</math>)                      Cota positiva (<math>z &gt; 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (B) no 2º diedro</b>                      Afastamento negativo (<math>y &lt; 0</math>)                      Cota positiva (<math>z &gt; 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (C) no 3º diedro</b>                      Afastamento negativo (<math>y &lt; 0</math>)                      Cota negativa (<math>z &lt; 0</math>)</p>
<p><b>Ponto (D) no 4º diedro</b>                      Afastamento positivo (<math>y &gt; 0</math>)                      Cota negativa (<math>z &lt; 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (E) em (π<sub>α</sub>)</b>                      Afastamento positivo (<math>y &gt; 0</math>)                      Cota nula (<math>z = 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (F) em (π<sub>p</sub>)</b>                      Afastamento negativo (<math>y &lt; 0</math>)                      Cota nula (<math>z = 0</math>)</p>
<p><b>Ponto (G) em (π's)</b>                      Afastamento nulo (<math>y = 0</math>)                      Cota positiva (<math>z &gt; 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (H) em (π'i)</b>                      Afastamento nulo (<math>y = 0</math>)                      Cota negativa (<math>z &lt; 0</math>)</p>	<p><b>Ponto (I) na Linha de Terra</b>                      Afastamento nulo (<math>y = 0</math>)                      Cota nula (<math>z = 0</math>)</p>

#### 4. CONVENÇÕES

- As coordenadas dos pontos são informadas em **milímetros**;
- Os dois traços abaixo da linha de terra indicam a **orientação da écura**. Quando posicionados ligeiramente abaixo da linha de terra, informam que a écura não está invertida verticalmente ("de cabeça para baixo").

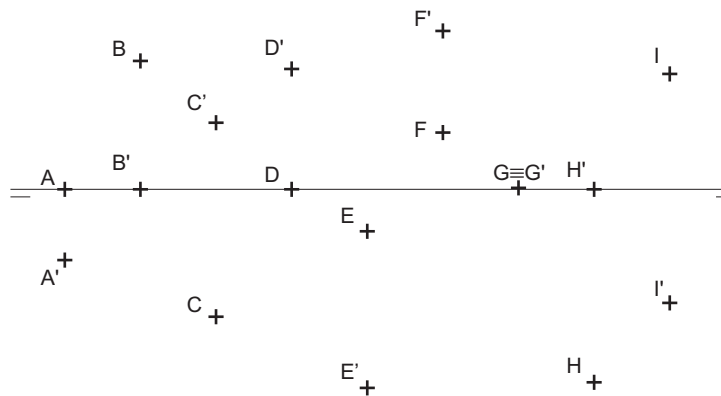
#### EXERCÍCIOS

1 - Assinale a(s) écura(s) que melhor representa(m) as projeções do ponto (P), de acordo com as coordenadas dadas:

(P)[20; 30; -15]	(P)[-20; 30; -15]	(P)[20; -15; 30]	(P)[-20; 30; -15]	(P)[20; 15; -30]
$P^+$ $P'_+$	$P^+$ $P_+$	$P^+$ $P_+$	$P^+$ $P'_+$	$P^+$ $P'_+$
0	0	0	0	0
== ----- ==	==----- ==	== ----- ==	==----- ==	== ----- ==
( )	( )	( )	( )	( )

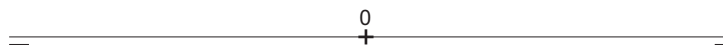
2- Relacione os pontos representados na écura por suas projeções, com suas localizações espaciais:

- (1°D) ( )
- (2°D) ( )
- (3°D) ( )
- (4°D) ( )
- (L.T.) ( )
- ( $\pi a$ ) ( )
- ( $\pi p$ ) ( )
- ( $\pi's$ ) ( )
- ( $\pi'i$ ) ( )



3- Represente a écura dos pontos abaixo, dadas suas coordenadas:

- (A)[-35;-15;-25]
- (B)[15;-25;05]
- (C)[05;15;00]
- (D)[25;00;-05]
- (E)[10;-23;00]
- (F)[00;18;-05]



4- Complete as épuras. Posicione as linhas de terra corretamente, de acordo com as informações e as projeções dos pontos (P) dadas:

a)  $(P)y = 20\text{mm}$ ;

b)  $(P)z = -15\text{mm}$ ;  
 $(P)y < 0$ ;

c)  $(P) \in (\pi p)$ ;

$P'_+$

$P^+$

$P'_+$

$P^+$

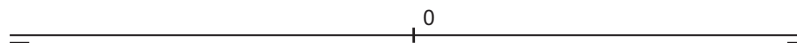
$P'_+$

$P^+$

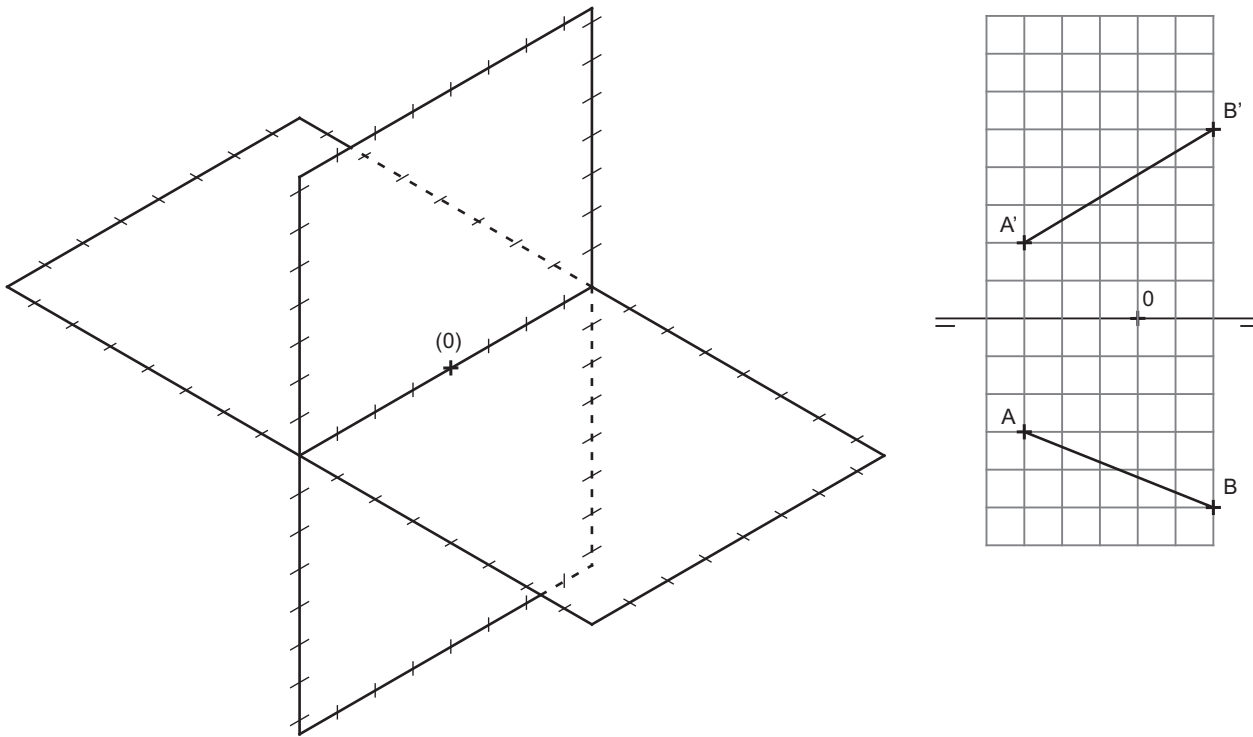
### DESAFIO

5- Represente o triângulo (ABC) em épura, a partir das coordenadas de seus vértices e da posição de seus lados:

- (A)  $[25; ??; 25]$  pertence à  $(\pi')$ ;
- (B)  $[-05; ??; ??]$  tem afastamento positivo;
- (C)  $[-40; ??; -10]$ ;
- (AB) é paralelo a  $(\pi)$  e mede 35mm;
- (CB) é paralelo a  $(\pi')$ ;

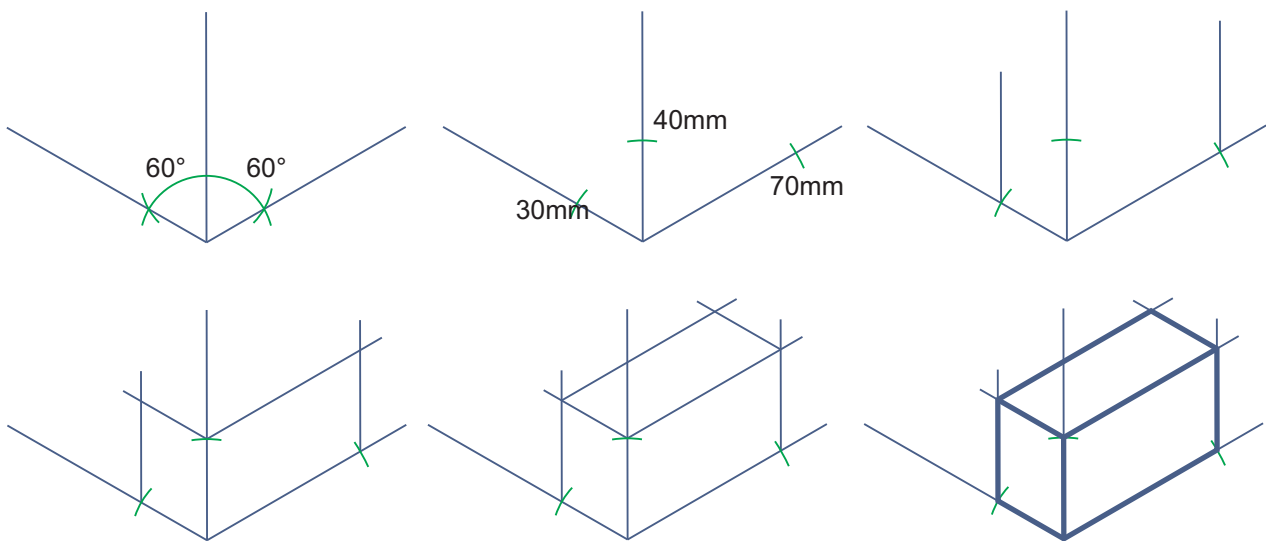


6- Construa a perspectiva isométrica do segmento de reta (AB) e de suas projeções, representado na épora abaixo, respeitando as relações das coordenadas de suas extremidades. Para tanto, utilize a malha quadriculada da épora associada às marcações da perspectiva:



**RELEMBRANDO A CONSTRUÇÃO DA PERSPECTIVA ISOMÉTRICA**

Exemplo: Construir um paralelepípedo com 70 mm de largura, 30 mm de profundidade e 40 mm de altura.

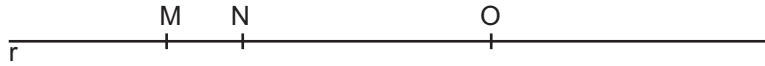


# ESTUDO DA RETA

## 1. DEFINIÇÃO

Para entendermos uma reta em é pura, devemos ter consciência de que:

- A reta é formada por infinitos pontos alinhados;
- A reta é infinita em seu comprimento;
- A reta não tem largura, nem diâmetro, mas pode ser representada por um traço;

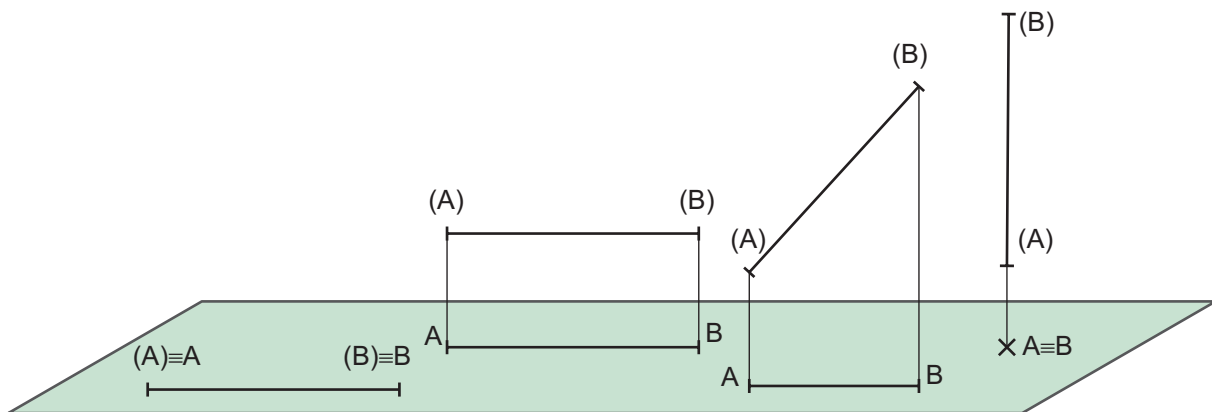


- Um segmento de reta é o conjunto dos infinitos pontos que estão entre dois pontos distintos de uma reta, inclusive esses pontos.



## 2. TEOREMA FUNDAMENTAL DA RETA

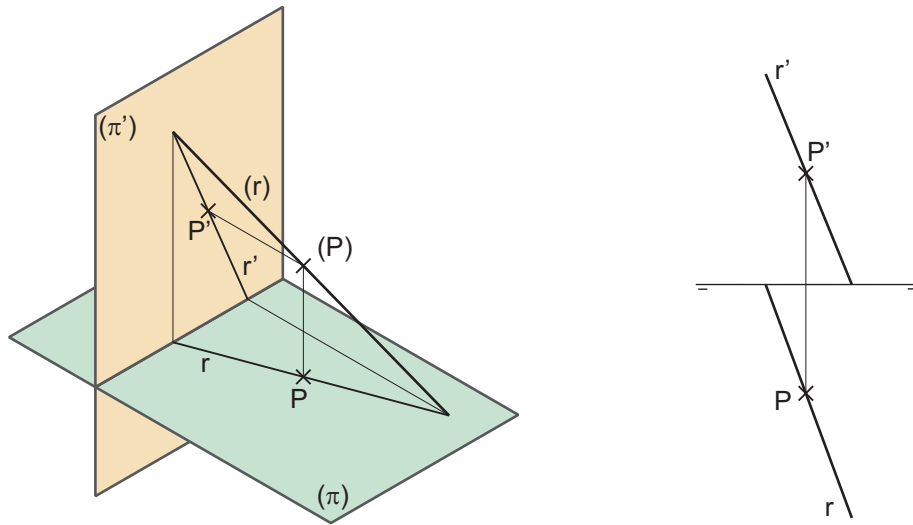
- A projeção de uma reta sobre um plano é, em geral, outra reta.
- Uma reta fica determinada, quando se conhecem suas projeções sobre os planos de projeção ( $\pi$ ) e ( $\pi'$ ).
- As projeções de um ponto de uma reta estão sobre as projeções da reta.



POSIÇÃO DO SEGMENTO DE RETA	CONTIDA NO PLANO	PARALELA AO PLANO	OBLÍQUA AO PLANO	PERPENDICULAR AO PLANO
PROJEÇÃO DO SEGMENTO DE RETA	MEDIDA IGUAL (V.G.)	MEDIDA IGUAL (V.G.)	MEDIDA MENOR	REDUZIDA A UM PONTO

### 3. PERTINÊNCIA DE PONTO E RETA

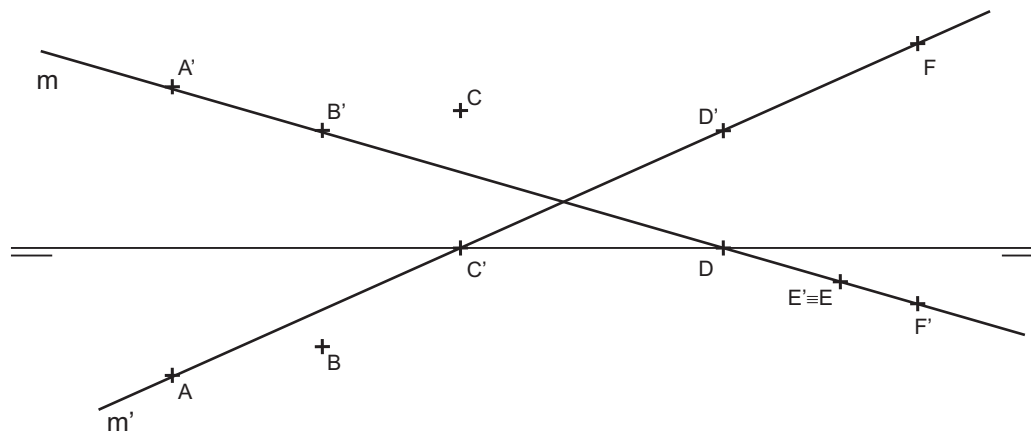
Uma vez que a reta é representada por seus pontos e que na Geometria Descritiva temos duas projeções de uma reta, um ponto que pertença à reta deverá ter suas projeções sobre as projeções de mesmo nome da reta.



### EXERCÍCIOS

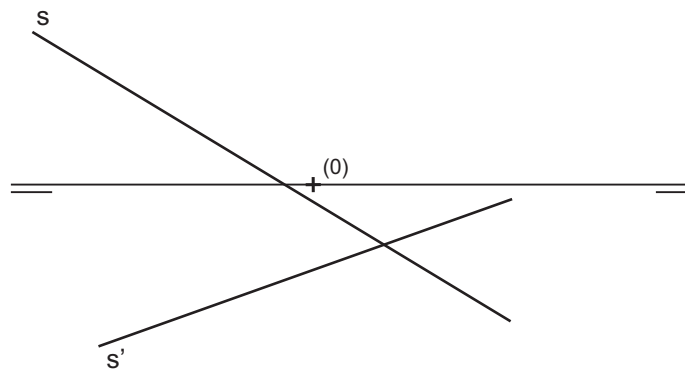
1- Analise a posição de cada ponto e responda se eles pertencem ou não à reta (m):

- (A)..... (m)
- (B)..... (m)
- (C)..... (m)
- (D)..... (m)
- (E)..... (m)
- (F)..... (m)



2- Dadas as projeções da reta (s), determine as projeções dos pontos (A), (B), (C), (D), (E) e (F) que pertencem à reta (s):

- $A_z = 0;$
- $B_y = 0;$
- $C_x = 20\text{mm};$
- $D_x = -35\text{mm};$
- $E_z = 5\text{mm};$
- $F_y = -10\text{mm};$

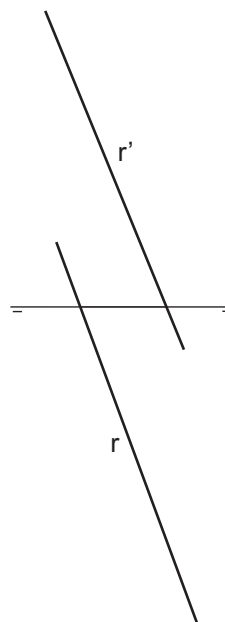
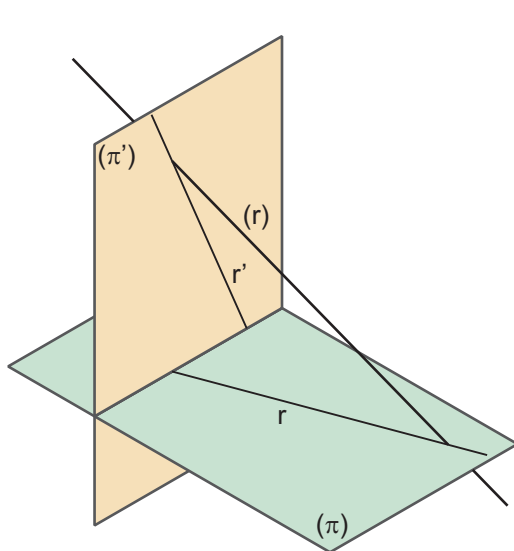


#### 4. PONTOS NOTÁVEIS DA RETA

Dentre os pontos pertencentes a uma reta, têm particular importância aqueles que se situam nos planos de projeção. Estes pontos especiais recebem a denominação de **TRAÇO**, e por suas localizações e projeções determinamos a trajetória de uma reta, ou seja, determinamos por quais diedros e semiplanos a reta passa. Temos então:

- Traço Horizontal (H) -** Ponto de interseção da reta com o plano horizontal de projeção.  
Ponto comum à reta e ao plano horizontal, de cota nula.  
Pode pertencer a  $(\pi_p)$ , a  $(\pi_a)$  ou à Linha de Terra.
- Traço Vertical (V) -** Ponto de interseção da reta com o plano vertical de projeção.  
Ponto comum à reta e ao plano vertical, de afastamento nulo.  
Pode pertencer a  $(\pi'_s)$ , a  $(\pi'_i)$  ou à Linha de Terra.

Observe a espacial e sua respectiva épura abaixo e, a seguir, faça o que é pedido:

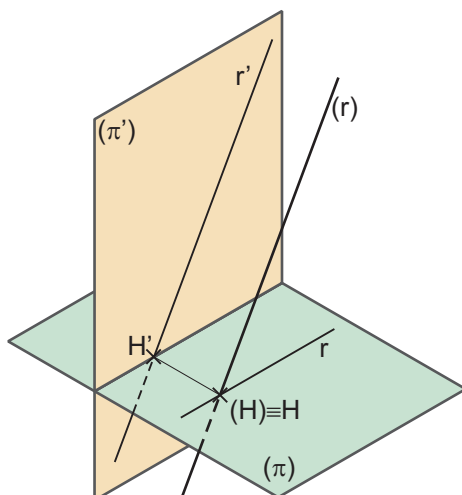


Determine, na espacial e na épura, os traços (V) e (H) da reta (r).

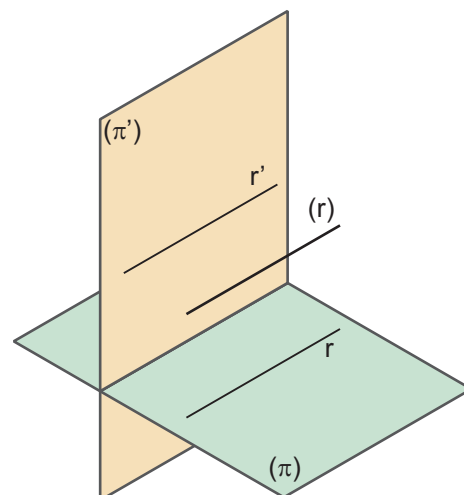
Por qual(is) diedro(s) a reta passa?  
Qual sua trajetória?

Determine na épura, o(s) momento(s) em que a reta muda de diedro.

Em determinadas posições, as retas não têm interseções com um ou mais planos de projeção, tornando impossível determinar seu(s) traço(s). Exemplos:



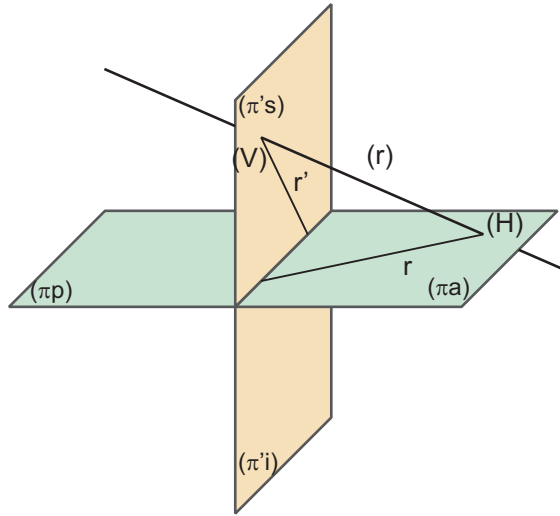
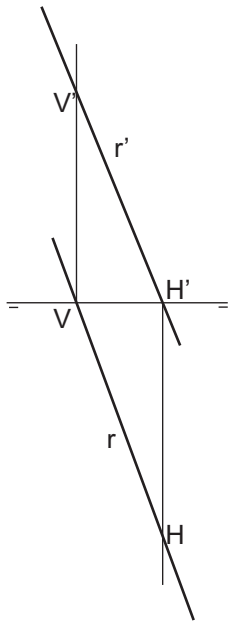
Uma reta paralela ao plano vertical não “encosta” neste plano, portanto não terá traço vertical.



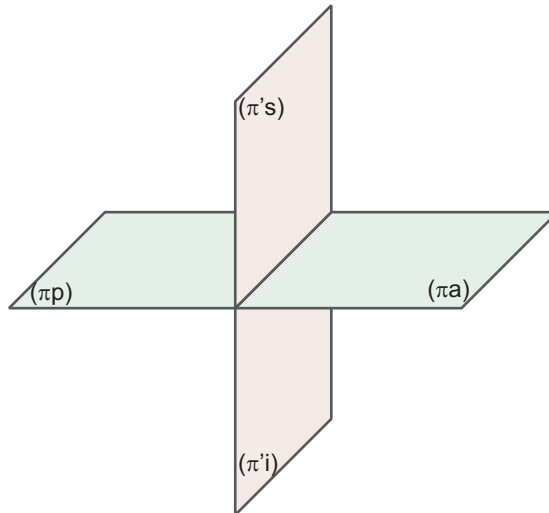
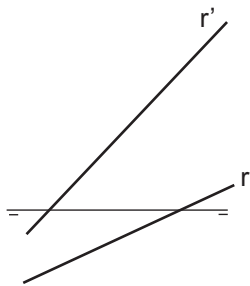
Uma reta paralela aos dois planos de projeção não tem qualquer traço.

**EXERCÍCIOS**

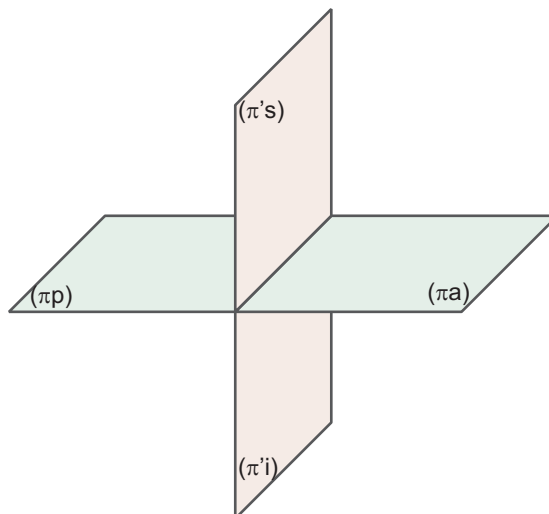
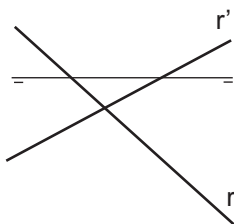
1- Determine os traços e a trajetória da reta (r), como no modelo:



Trajectoria da reta
4D - ( $\pi a$ ) - 1D - ( $\pi's$ ) - 2D



Trajectoria da reta



Trajectoria da reta



Diagram illustrating the trajectory of a line in descriptive geometry. It shows three cases of a line's projection on the coordinate planes ( $\pi_p$ ,  $\pi_a$ ,  $\pi_s$ ,  $\pi_i$ ).

Case 1: Line  $r'$  in the front view,  $r$  in the top view. Trajectory da reta

Case 2: Line  $r$  in the front view,  $r'$  in the top view. Trajectory da reta

Case 3: Line  $r'$  in the front view,  $r$  in the top view. Trajectory da reta

2- Determine as trajetórias das reta representadas nas épuras abaixo:

Diagram illustrating the trajectory of a line in descriptive geometry. It shows four cases of a line's projection on the coordinate planes.

Case 1: Line  $t'$  in the front view,  $t$  in the top view. Trajectory da reta

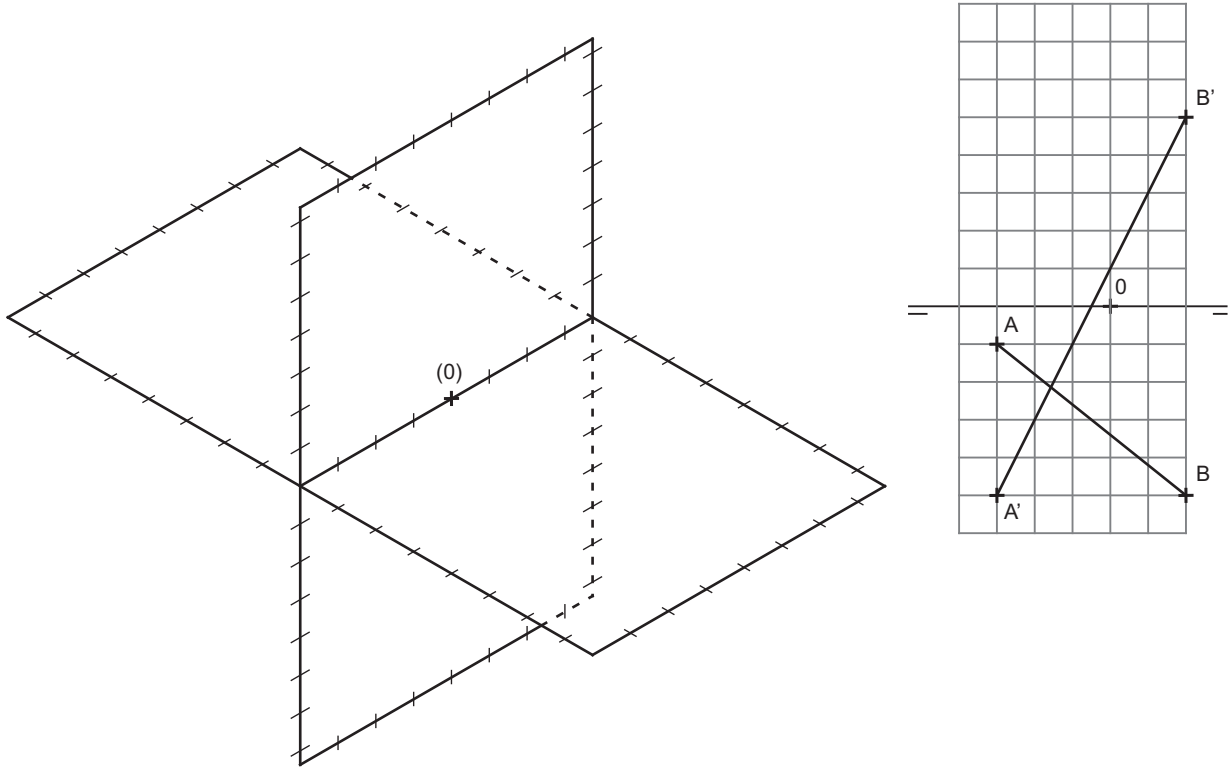
Case 2: Line  $t$  in the front view,  $t'$  in the top view. Trajectory da reta

Case 3: Line  $t$  in the front view,  $t'$  in the top view. Trajectory da reta

Case 4: Line  $t$  in the front view,  $t'$  in the top view. Trajectory da reta

3 - Construa a perspectiva isométrica do segmento de reta (AB) representado na épura abaixo, respeitando as relações das coordenadas de suas extremidades. Para tanto, utilize a malha quadriculada da épura associada às marcações da perspectiva:

Importante: Determine o(s) traço(s) do segmento com o(s) plano(s) de projeção. Faça isso tanto na épura quanto na perspectiva.

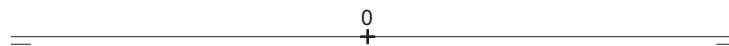


4 - Determine as projeções e os traços da reta (m), sabendo:

(A)[05;08;05]

(B)[-25;-16;20]

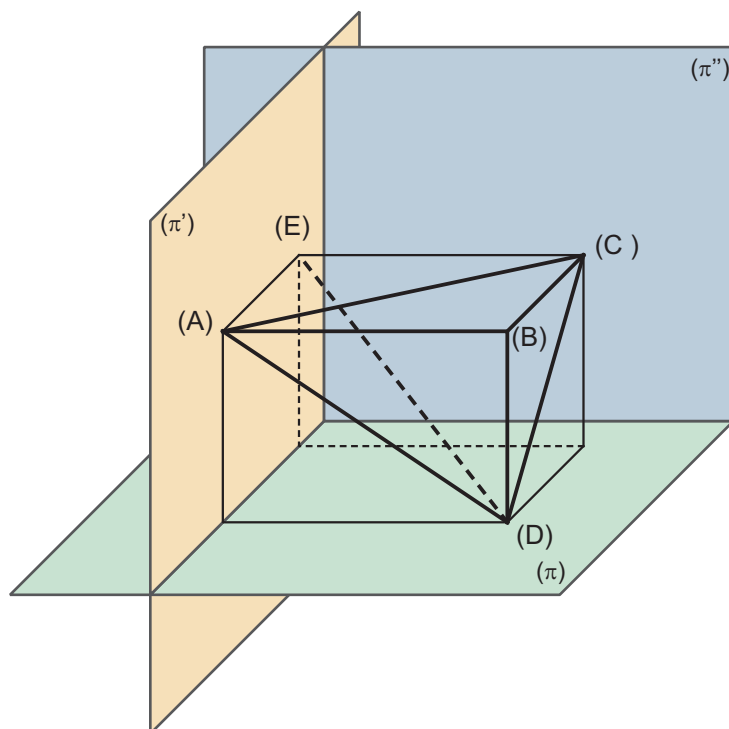
(AB)  $\in$  (m)



## 5. RETAS PARTICULARES

Quando a reta tem sua posição espacial paralela ou perpendicular a um plano de projeção, se faz importante conhecer algumas **propriedades particulares** que permitem identificar sua posição por suas projeções em épura.

Observe no paralelepípedo apoiado nos planos de projeção abaixo, as retas que foram representadas:



Represente a posição dos segmentos em relação aos planos de projeção, utilizando os símbolos // (paralela),  $\perp$  (perpendicular) e  $\sphericalangle$  (oblíqua), na tabela abaixo:

	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
$\overline{(B)(D)}$			
$\overline{(A)(B)}$			
$\overline{(B)(C)}$			
$\overline{(A)(C)}$			
$\overline{(C)(D)}$			
$\overline{(A)(D)}$			
$\overline{(E)(D)}$			

Com o preenchimento da tabela acima, foram percebidos três tipos de posições particulares das retas com os planos de projeção:

### 1º TIPO

- As retas são perpendiculares a um plano de projeção e paralelas aos outros.
- As retas têm duas projeções em V.G. e em uma projeção será representada por um ponto.

### 2º TIPO

- As retas são paralelas a um plano de projeção e oblíquas aos outros.
- As retas têm uma projeção em V.G. e em duas projeções serão reduzidas.

### 3º TIPO

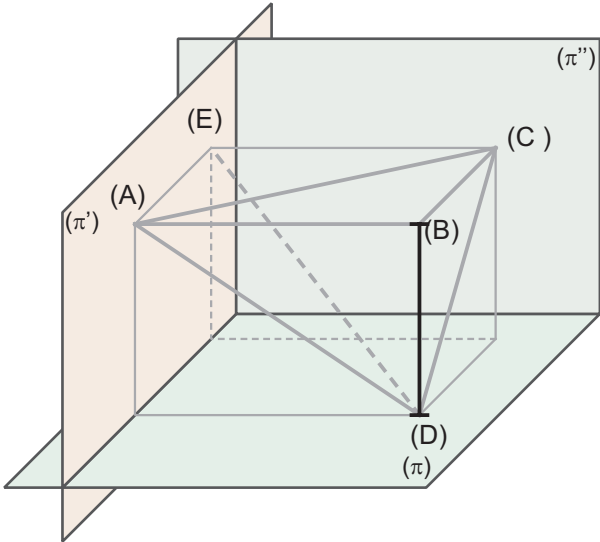
- As retas são oblíquas a todos os planos de projeção.
- As retas não têm nenhuma projeção em V.G.
- A reta é denominada genérica, ou qualquer.

Como o terceiro tipo não tem qualquer particularidade, estudaremos o primeiro e o segundo tipo de posição particular.

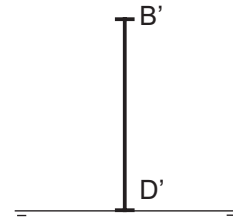
**5.1 RETA VERTICAL**

- Possui apenas o traço horizontal;
- Tem projeção horizontal reduzida a um ponto;
- Tem projeção vertical e lateral em V.G.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	$\perp$	$//$	$//$



Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.

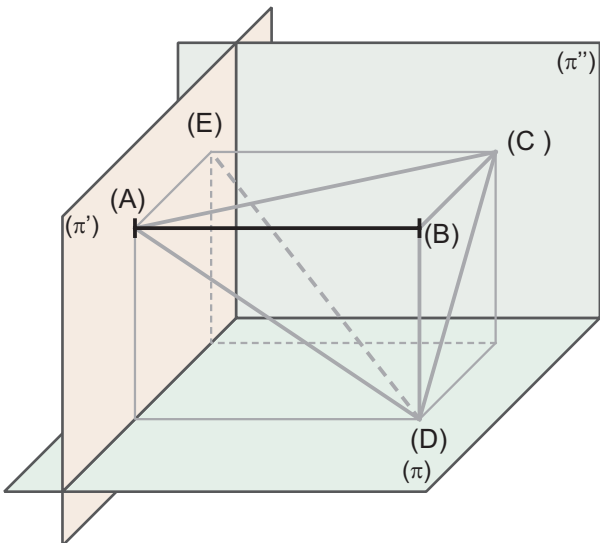


Dx

**5.2 RETA DE TOPO**

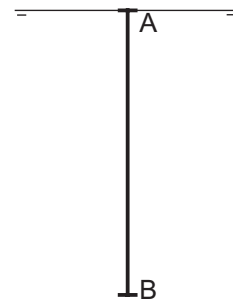
- Possui apenas o traço vertical;
- Tem projeção vertical reduzida a um ponto;
- Tem projeção horizontal e lateral em V.G.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	$//$	$\perp$	$//$



Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.

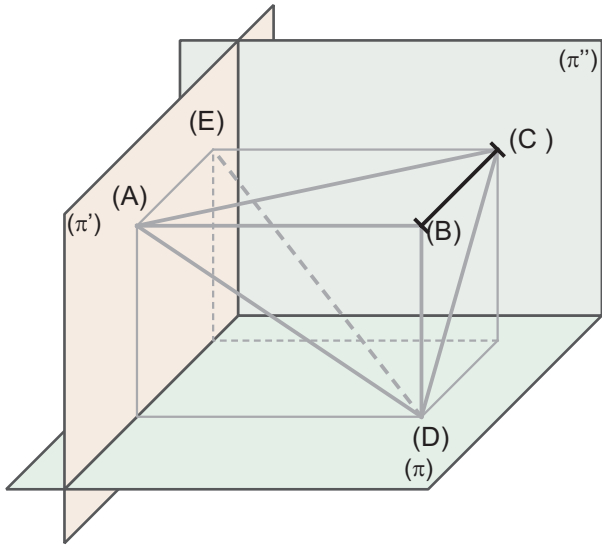
B'x



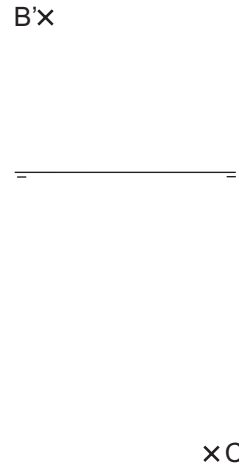
**5.3 RETA FRONTO-HORIZONTAL**

- Não possui qualquer traço;
- Tem projeção lateral reduzida a um ponto;
- Tem projeção horizontal e vertical em V.G.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	//	//	$\perp$



Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.



**EXERCÍCIOS**

1- Determine a trajetória, os traços e as projeções do segmento  $\overline{A(B)}$ , de 35mm, nas épuras abaixo, de acordo com a posição e as informações dadas em cada caso:

a)  $\overline{A(B)}$  é fronto-horizental;  
 $(C) \in \overline{A(B)}$ ;

b)  $\overline{A(B)}$  é vertical;  
 $(A) \in 3^\circ$  diedro;

c)  $\overline{A(B)}$  é de topo;  
 $(B) \in 4^\circ$  diedro;

<p>B'+</p> <p>+C</p>	<p>B+</p> <p>B'+</p>	<p>A+</p> <p>A'+</p>
Trajetória:	Trajetória:	Trajetória:

2 - Determine as projeções do triângulo (A)(B)(C) em épura, dadas as projeções de (A), e sabendo que:

- $\overline{(A)(B)}$  é de topo de 55mm;
- $\overline{(B)(C)}$  é fronto-horizontal de 40mm;
- $(B)_y > 0$ ;
- $(C)_x > (B)_x$ .

$A'$   
+



$A^+$

3 - Determine as projeções do quadrado (A)(B)(C)(D) em épura, dadas as projeções de (A), e sabendo que:

- $\overline{(A)(C)}$  é fronto-horizontal de 45mm;
- $\overline{(B)(D)}$  é vertical;
- $(B)_x > (A)_x$ ;
- $(B)_z > (D)_z$ .

$A'$   
+

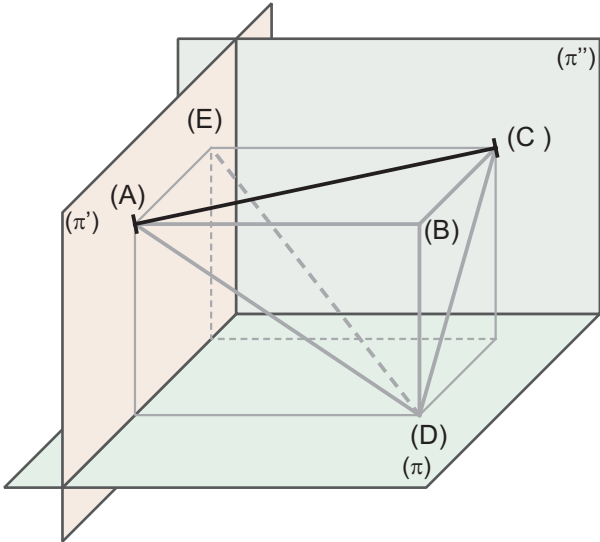


$A^+$

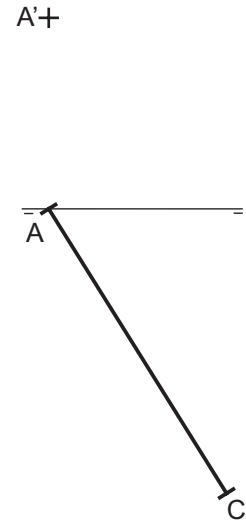
**5.4 RETA HORIZONTAL**

- Possui apenas o traço vertical;
- Tem **projeção horizontal em V.G**;
- Tem projeção vertical paralela à L.T.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	//	$\angle$	$\angle$



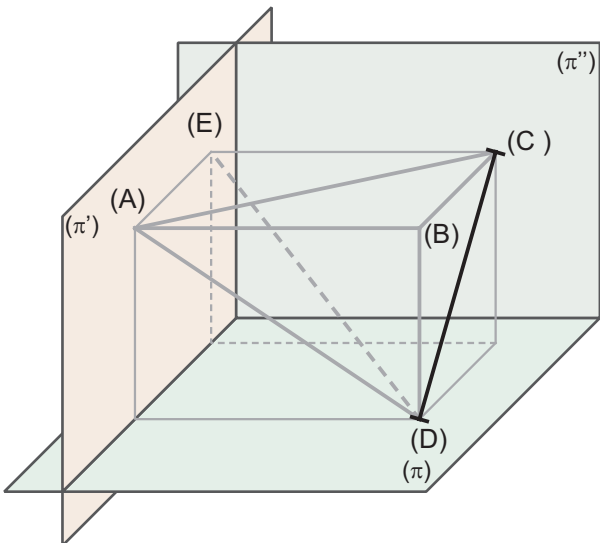
Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.



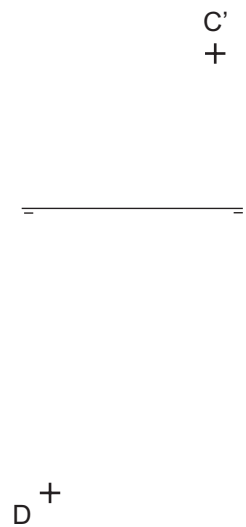
**5.5 RETA FRONTAL**

- Possui apenas o traço horizontal;
- Tem projeção vertical em V.G;
- Tem projeção horizontal paralela à L.T.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	$\angle$	//	$\angle$



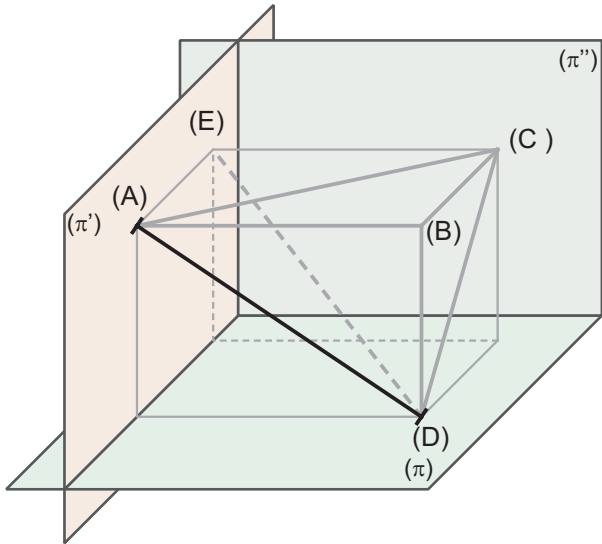
Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.



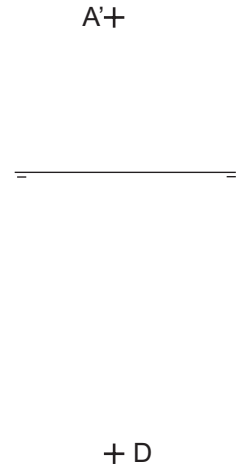
**5.6 RETA DE PERFIL**

- Possui traço vertical e horizontal;
- Tem projeção lateral em V.G.;
- Tem projeção horizontal e vertical coincidentes e perpendiculares à L.T.

Posição	$(\pi)$	$(\pi')$	$(\pi'')$
	$\angle$	$\angle$	$//$



Com base na posição espacial da reta, complete a écura, com projeções e traços ausentes.



**EXERCÍCIOS**

1- Determine a trajetória, os traços e as projeções do segmento (A)(B), de 35mm, nas écuras abaixo, de acordo com a posição e as informações dadas em cada caso:

a) (A)(B) é horizontal;  
(A)  $\in$  4º diedro;

b) (A)(B) é frontal;  
(B)  $\in$  3º diedro;

c) (A)(B) é de perfil;  
(B)[??; 20; 30];  
(A)[??; ??; 05];

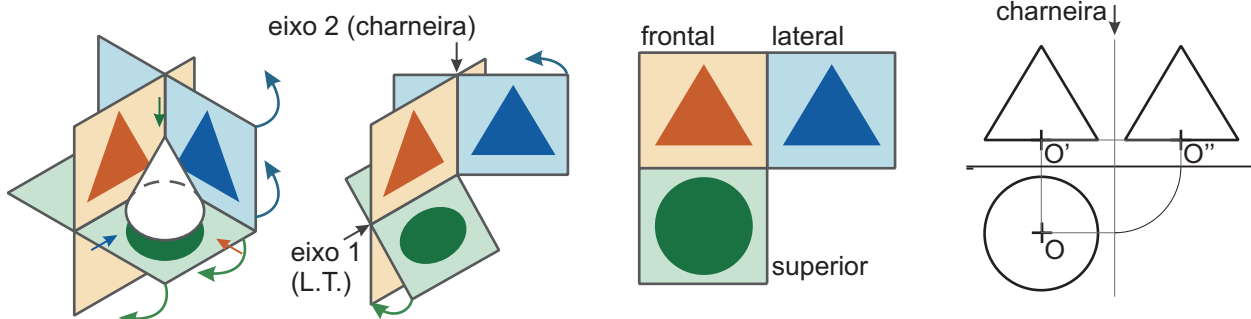
B+	B+	0
+A'	A'+	A+
Trajetória:	Trajetória:	Trajetória: Esse segmento tem 35mm? _____ Responda na página 26



**5.6.1 DETERMINAÇÃO DA V.G DA RETA DE PERFIL**

O processo para a determinação da projeção lateral (a projeção em V.G.) da reta de perfil se assemelha ao processo da vista ortográfica lateral esquerda. Porém, como no estudo das vistas ortográficas a posição espacial (x, y, z) não era importante, é necessário ter alguns cuidados para traçar a projeção lateral em épura. Principalmente se os pontos da reta não estiverem no primeiro diedro.

**Relembrando:**



Figuras da página 5 ilustrando a obtenção das três projeções de um cone no primeiro diedro, em épura.

**Note que...**

- Existem dois eixos de rebatimento dos planos: a linha de terra e a **charneira**;
- Em função da charneira, o plano lateral se **movimenta no sentido anti-horário**, da espacial (1º figura) até a planificação (3º figura);
- As projeções frontal e lateral, do **centro da base do cone, têm a mesma cota**;
- As projeções horizontal e lateral, do **centro da base do cone, têm o mesmo afastamento** (veja a distância de O'' à charneira);
- As três projeções do centro da base são "conectadas" por uma **linha de chamada**;

Com base nas observações acima, podemos definir etapas para a projeção lateral de um ponto, em qualquer posição:

- Define-se uma **charneira** (eixo de rebatimento). Em casos simples, pode ser utilizada a própria abscissa do ponto;
- Em função da charneira definida, **rebate-se o afastamento do ponto**, no sentido anti-horário, para a linha de terra;
- **Traça-se uma vertical até a cota do ponto**, pelo afastamento rebatido.

Complete a épura abaixo com as projeções laterais dos pontos, em função da charneira demarcada:



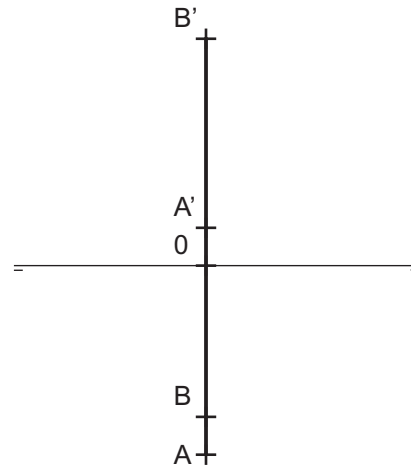
**Como dois pontos definem uma reta, ao determinar as projeções laterais de dois pontos pertencentes à reta, consequentemente, encontramos a V.G. de uma reta de perfil**

**EXERCÍCIOS**

1- Resposta da letra **c** do exercício da página 24.

Determine a trajetória, os traços e as projeções do segmento (AB), de 35mm, na época abaixo, de acordo com a posição e as informações dadas:

- c) (AB) é de perfil;
- (B)[??; 20; 30];
- (A)[??; ??; 05];



Esse segmento tem 35mm? \_\_\_\_\_

Trajetória:

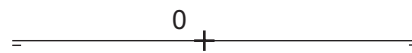
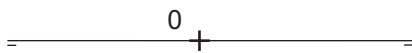
2 - Marque (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas:

- a) ( ) A reta não tem largura, nem diâmetro, mas pode ser representada por um traço.
- b) ( ) As projeções de uma reta sobre um plano é sempre, outra reta.
- c) ( ) As projeções de um ponto de uma reta estão sobre as projeções da reta.
- d) ( ) A reta é formada por infinitos pontos alinhados.
- e) ( ) O traço (ponto notável) horizontal da reta terá sempre afastamento nulo.

3 - Represente corretamente os segmentos de reta, segundo seus dados:

- a) Segmento de reta (AB) horizontal:  
 (AB) = 55 mm  
 (A) [-35; 05; ??]  
 (B) [05; ??; 20] no 2º diedro.

- b) Segmento de reta (CD) de topo:  
 (CD) = 40 mm  
 (C) [-10; 10; 20]  
 (D) possui afastamento negativo.



4 - (ENEM 2016) Um grupo de escoteiros mirins, numa atividade no parque da cidade onde moram, montou uma barraca conforme a foto da Figura 1. A Figura 2 mostra o esquema da estrutura dessa barraca, em forma de um prisma reto, em que foram usadas hastes metálicas.

Após a armação das hastes, um dos escoteiros observou um inseto deslocar-se sobre elas, partindo do vértice A em direção ao vértice B, deste em direção ao vértice E e, finalmente, fez o trajeto do vértice E ao C.

Considere que todos esses deslocamentos foram feitos pelo caminho de menor distância entre os pontos.

A projeção do deslocamento do inseto no plano que contém a base ABCD é dada por (responda com caneta)



Figura 1

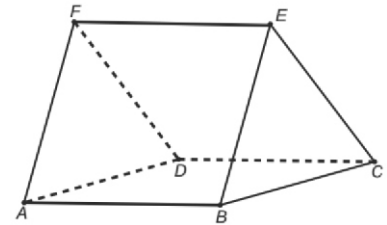
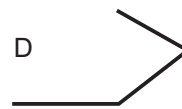
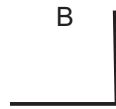
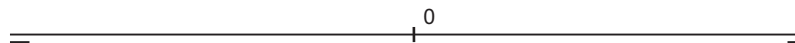


Figura 2

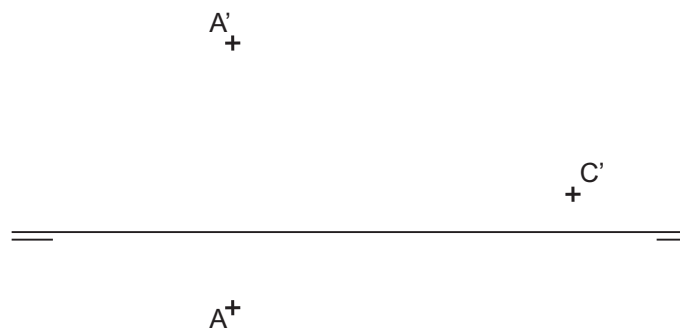


5 - Represente o triângulo (A)(B)(C) em épura, a partir das coordenadas de seus vértices e da posição de seus lados:

- (A)  $[-35; -25; ??] \in (\pi)$ ;
- (B)  $[15; ??; ??]$  tem cota negativa;
- (C)  $[??; 30; ??]$ ;
- (A)(B) é frontal de 55mm;
- (C)(B) é horizontal;
- (A)(C) é de perfil;



6 - Determine as projeções do triângulo (A)(B)(C) em épura, dadas as projeções dos vértices, e sabendo que (A)(B) é horizontal de 55mm, (B)(C) é vertical, e o afastamento de (B) é positivo:



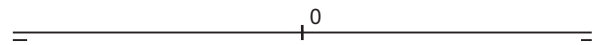
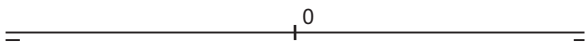
7 - Represente por suas projeções o segmento (A)(B)  $\subset$  (r), dados os seus traços (V) [20;??;30] e (H) [20;40;??] e os extremos  $A_y = 30\text{mm}$  e  $B_z = 15\text{mm}$ :



8 - Efetue o rebatimento da reta (t) de perfil definida pelos pontos (A) e (B).

A seguir, complete as projeções do ponto (C), sabendo que ele pertence à reta (t):

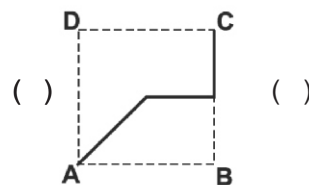
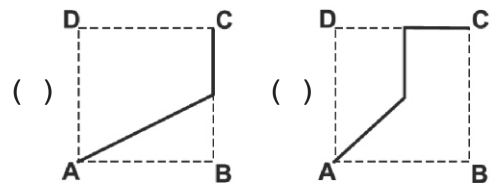
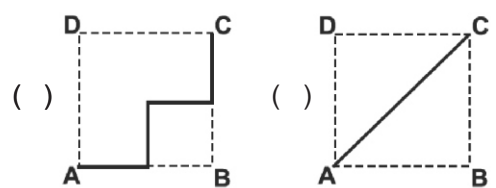
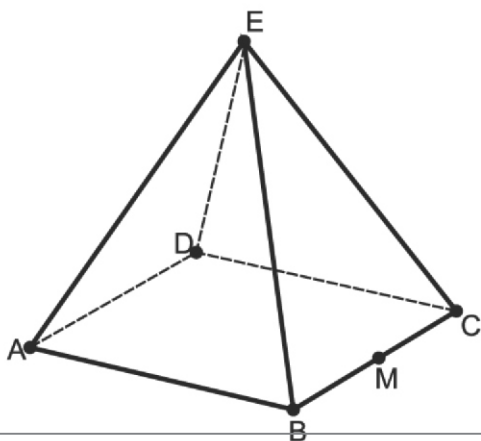
- a) (A) [00; -35; 35]; (B) [??; 20; -40]; (C) [??; 15; ??];      b) (A) [-10; -35; 20]; (B) [??; 50; -35]; (C) [??; ??; 10]



9 - (ENEM 2012) João propôs um desafio a Bruno, seu colega de classe: ele iria descrever um deslocamento pela pirâmide a seguir e Bruno deveria desenhar a projeção desse deslocamento no plano da base da pirâmide.

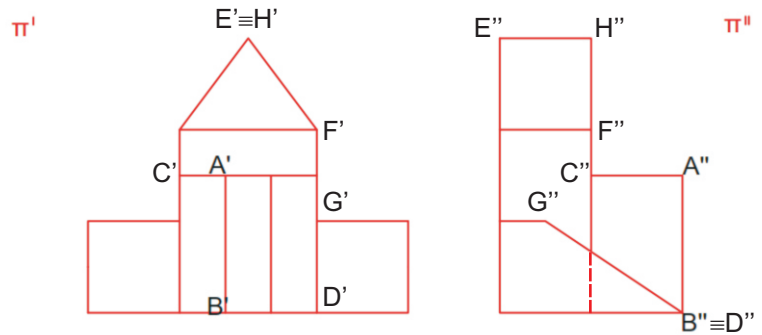
O deslocamento descrito por João foi: mova-se pela pirâmide, sempre em linha reta, do ponto A ao ponto E, a seguir do ponto E ao ponto M, e depois de M a C.

O desenho que Bruno deve fazer é

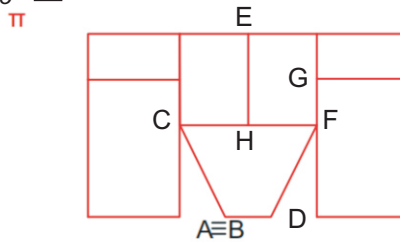


10 - Durante uma visita à praia, o jovem Feliz Em Desenho, resolveu construir um pequeno castelo de areia. Ao ficar entediado com nada para fazer, seu pai deu a grande ideia de procurar as posições de retas que estudou durante suas aulas de Desenho no Pedro II. Com a épora do castelo construída ao lado, Identifique os segmentos escreva-os nos espaços correspondentes:

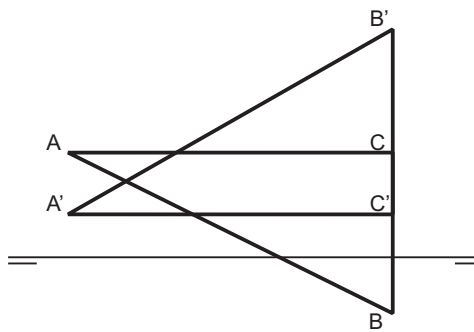
- a) Reta de topo: .....
- b) Reta vertical:.....
- c) Reta horizontal:.....
- d) Reta frontal: .....
- e) Reta de Perfil: .....



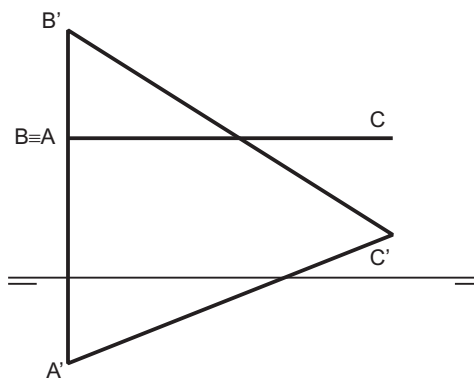
Questão elaborada pelo licenciando Caio Pacheco



11 - Observe as épuras dos triângulos (A)(B)(C) abaixo e, a seguir, assinale a(s) alternativa(s) que descreve(m) corretamente os tipos das retas que formam os lados dos triângulos



- a) ( ) Nenhum dos lados é perpendicular ao plano lateral ( $\pi''$ ).
- b) ( ) Existe(m) lado(s) paralelo(s) ao plano lateral ( $\pi''$ ).
- c) ( ) O triângulo é formado por retas horizontal, frontal e de perfil.
- d) ( ) O triângulo é formado por retas fronto-horizontal, frontal e vertical.
- e) ( ) O triângulo é formado por retas fronto-horizontal, genérica e de perfil.
- f) ( ) Somente dois tipos de reta formam o triângulo.



- a) ( ) Nenhum dos lados é perpendicular ao plano lateral ( $\pi''$ ).
- b) ( ) Existe(m) lado(s) paralelo(s) ao plano lateral ( $\pi''$ ).
- c) ( ) O triângulo é formado por retas horizontal, frontal e de perfil.
- d) ( ) O triângulo é formado por retas fronto-horizontal, frontal e vertical.
- e) ( ) O triângulo é formado por retas fronto-horizontal, genérica e de perfil.
- f) ( ) Somente dois tipos de reta formam o triângulo.

12 - Represente o triângulo (A)(B)(C) em épura, a partir das coordenadas de seus vértices e da posição de seus lados:

(A) [-15; 30; -20]

(B) [??; 30; 50]

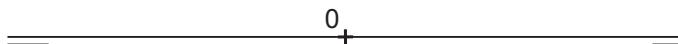
(C) [25; ??; ??]

(C) $y < 0$

(A)(C) mede 60mm

(A)(C) é paralelo a ( $\pi$ )

(B)(C) é paralelo a ( $\pi''$ )



13- Represente o quadrado (ABCD) em épura, a partir das coordenadas de seus vértices e da posição de seus lados:

(A) [-10; 35; -15];

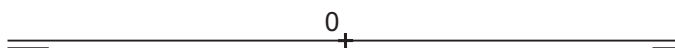
(C) [25; ??; ??];

(C) $_y$  mínimo;

(A)(C) mede 45mm

(A)(C) é paralelo a ( $\pi$ )

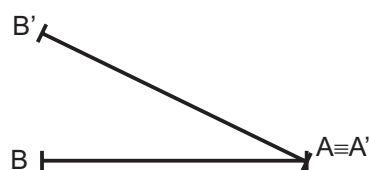
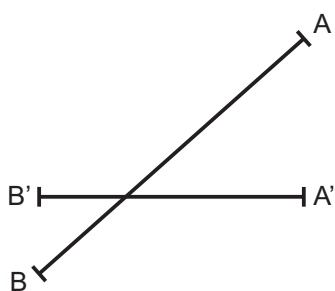
(B)(D) é paralelo a ( $\pi''$ )



14 - Complete as épuras, posicionando as linhas de terra corretamente, de acordo com as informações e as projeções dos segmentos (A)(B) dadas:

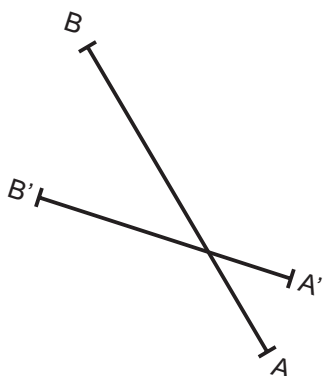
a)  $(A)y = -(A)(B)$ ;

b)  $(B)z = (A)(B)$ ;



c)  $(A)z = -(A)(B)/2$ ;

d)  $(A) \in (\pi p)$ ;





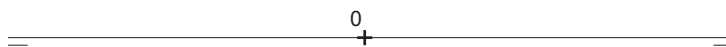
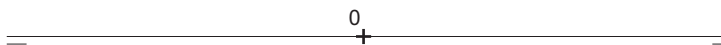
15 - Efetue, em cada caso e com auxílio de instrumentos, o rebatimento da reta (m) de perfil definida pelos pontos (A) e (B). A seguir, complete as projeções do ponto (C), sabendo que ele pertence à reta (m):

1º caso

(A) [00;-20;30]

(B) [??;10;-10]

(C) [??;-40;??]



2º caso

(A) [00;25;-05]

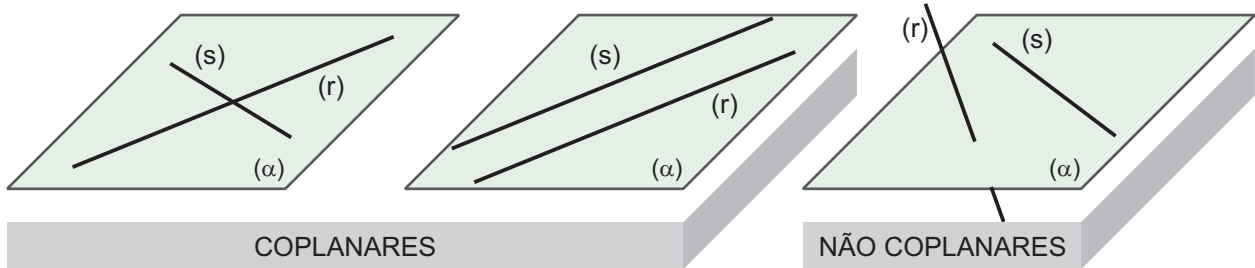
(B) [??;-20;15]

(C) [??;??;25]

### 6. POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETAS

Duas retas no espaço podem ser **coplanares** ou **não coplanares**. Serão coplanares quando estiverem contidas em um mesmo plano.

Observe as posições das retas (r) e (s) em relação ao plano ( $\alpha$ ) nos casos abaixo.

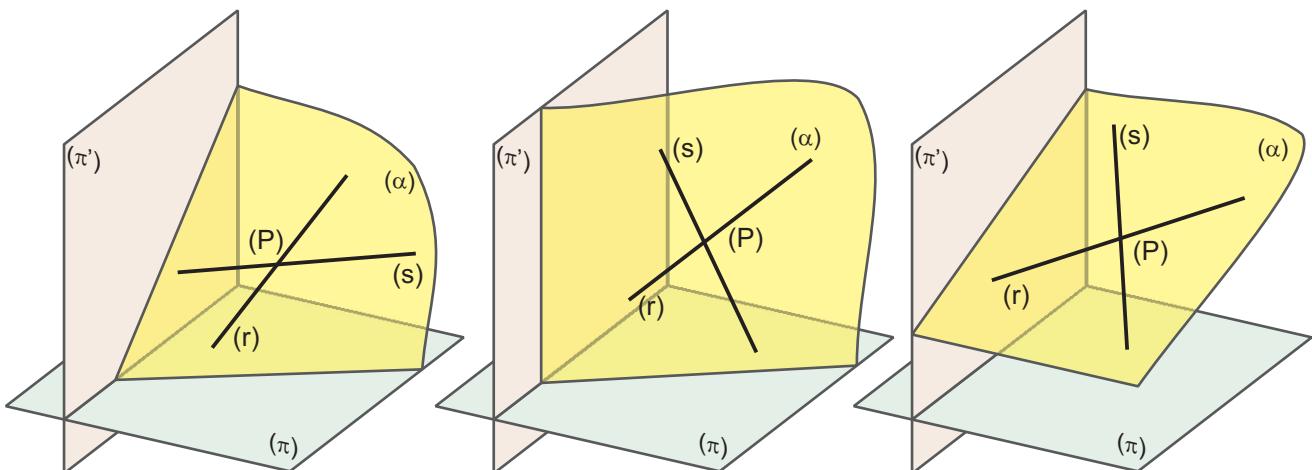


As retas coplanares podem ser denominadas **concorrentes** ou **paralelas**. São concorrentes quando existe um ponto próprio de interseção entre elas. Porém, quando o ponto comum for impróprio, as retas serão paralelas e manterão a distância entre si constante.

As retas que não coplanares são denominadas reversas.

#### 6.1 RETAS CONCORRENTES

Por serem coplanares, poderão estar contidas em planos perpendiculares ou oblíquos aos planos de projeção, como nos exemplos abaixo.

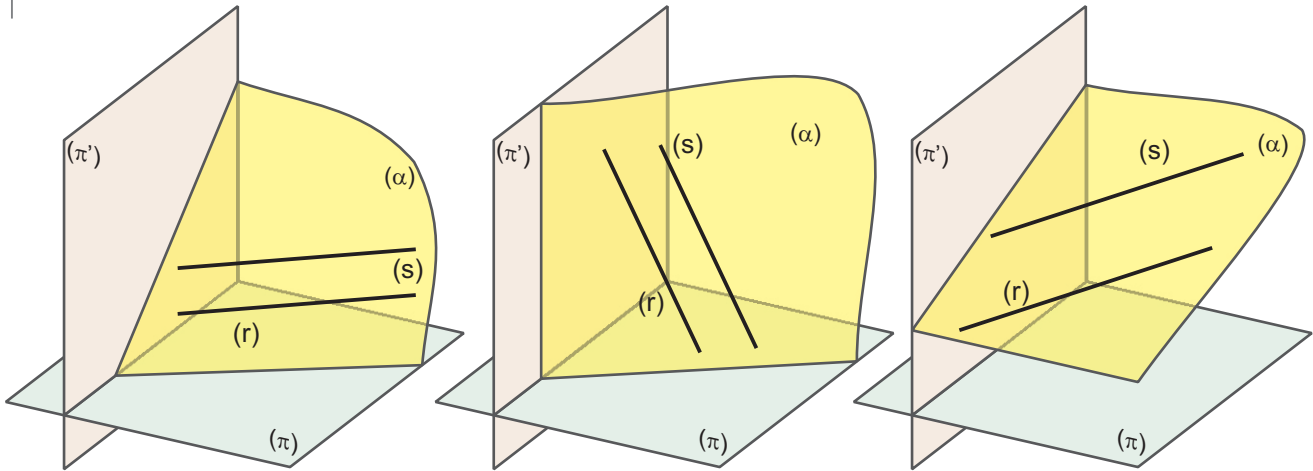


Com base nas espaciais acima, complete as épuras abaixo com um esboço das projeções das retas.



### 6.2 RETAS PARALELAS

Como também são coplanares, seus planos podem ser perpendiculares ou oblíquos aos planos de projeção, como nos exemplos abaixo.

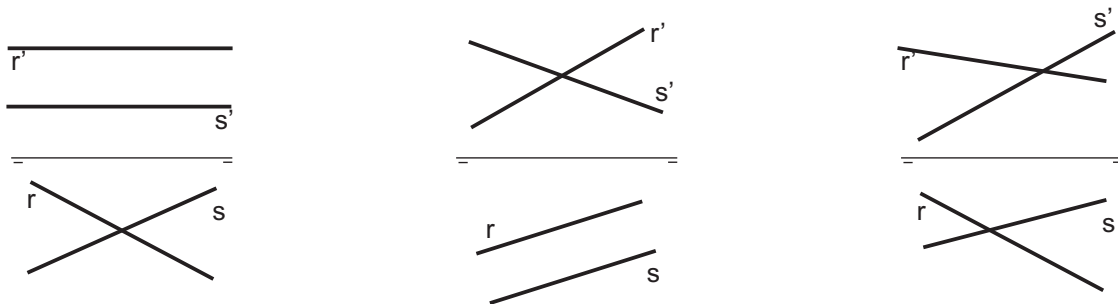


Com base nas espaciais acima, complete as épuras abaixo com um esboço das projeções das retas.

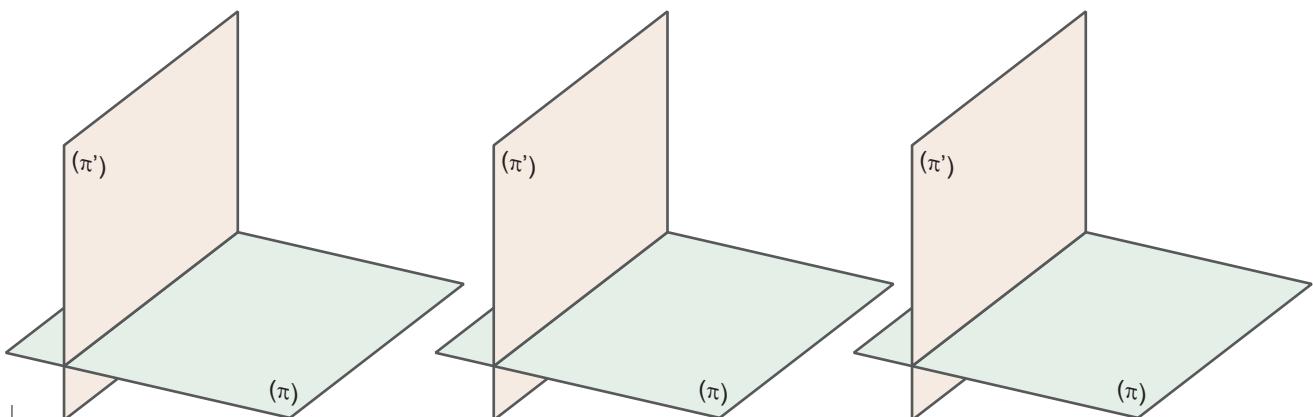


### 6.3 RETAS REVERSAS

Ainda que não coplanares e sem pontos comuns, suas épuras podem induzir a erros de reconhecimento de suas posições relativas, como nos exemplos abaixo.

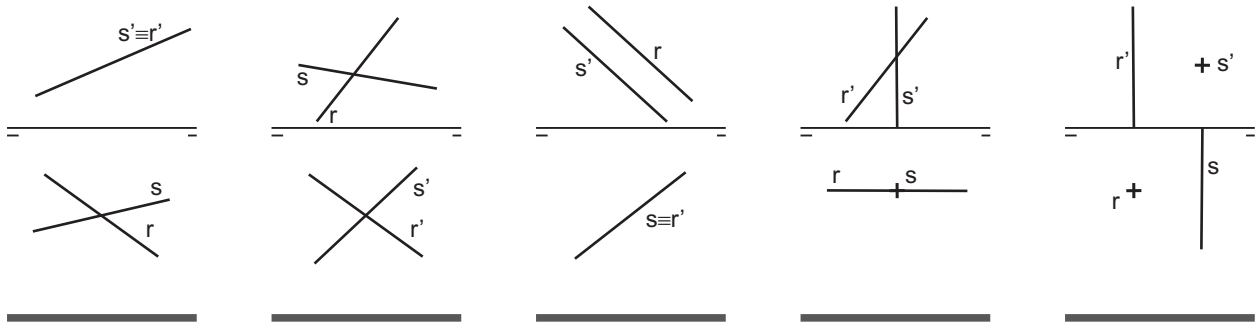


Com base nas épuras acima, complete as espaciais abaixo com um esboço das posições das retas.



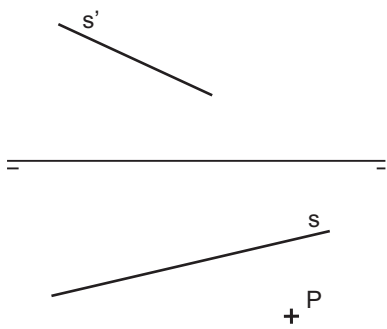
**EXERCÍCIOS**

1- Identifique as posições relativas das retas (r) e (s) apresentadas nas épuras abaixo:

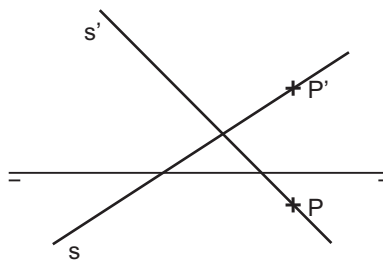


2- Complete as épuras abaixo com as projeções de (r), (s) e (P), de acordo com as informações dadas:

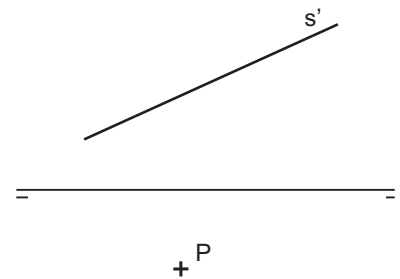
a) (r) e (s) são concorrentes;  
(r) é horizontal de cota = 15mm;  
(P) ∈ (r);



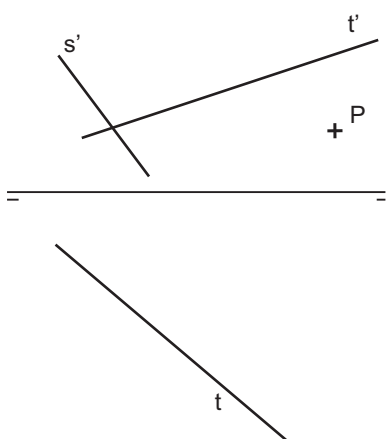
b) (r) e (s) são paralelas;  
(P) ∈ (r);



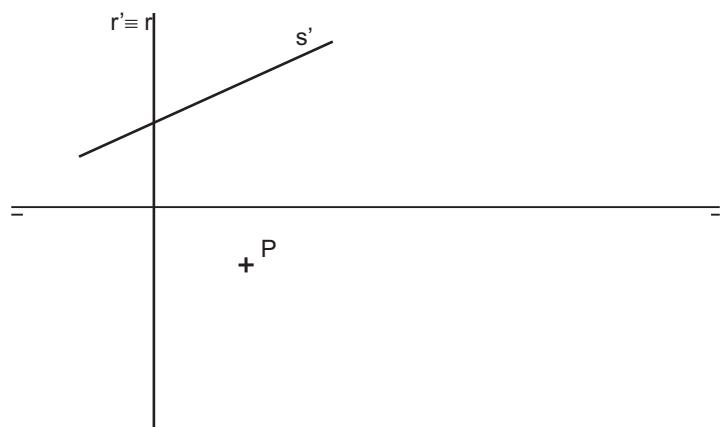
c) (r) e (s) são concorrentes;  
(r) é de topo e (s) é frontal;  
(P) ∈ (r);



d) (r) e (s) são reversas;  
(t) se apoia em (r) e (s);  
(r) é vertical com afastamento = 25mm;  
(P) ∈ (s);



e) (r) e (s) são concorrentes;  
(P) ∈ (s);  
Os traços de (r) distam 20mm (positivos) da L.T.;

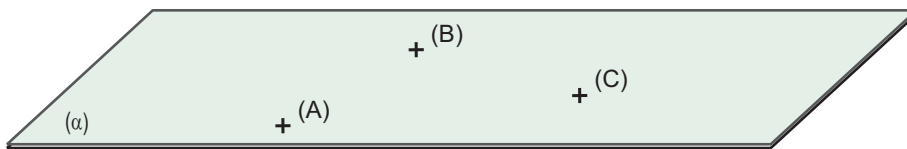


## ESTUDO DO PLANO

### 1. DEFINIÇÃO

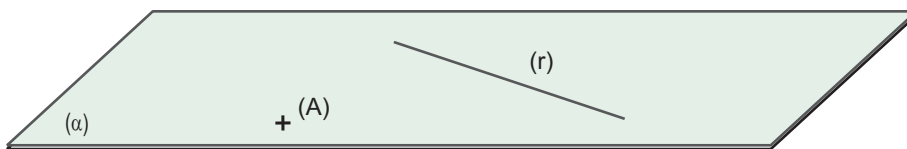
A visualização de um plano em épura depende, inicialmente, da compreensão de que:

- O plano é ilimitado;
- Um plano é determinado por três pontos não alinhados.

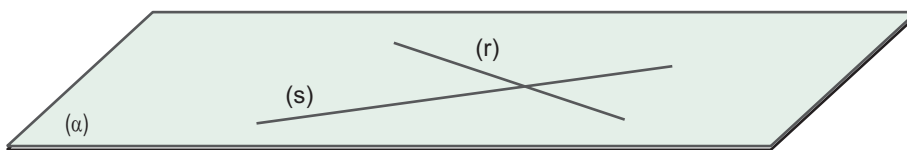


Consequentemente, é possível afirmar que o plano pode ser determinado por:

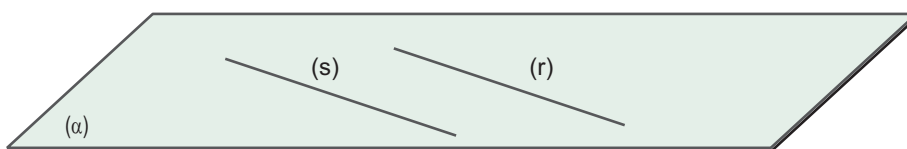
- uma reta e um ponto que não pertence à reta.



- Um plano é determinado por duas retas concorrentes.



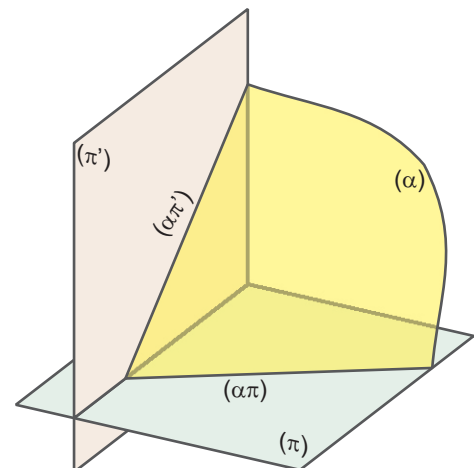
- Um plano é determinado por duas retas paralelas.



### 2. TRAÇOS DO PLANO

Assim como os traços de uma reta representam suas interseções com os planos de projeção, as retas formadas nas interseções de um plano com os planos de projeção também são denominadas **traços**. Desse modo, dado um plano  $(\alpha)$ , tem-se:

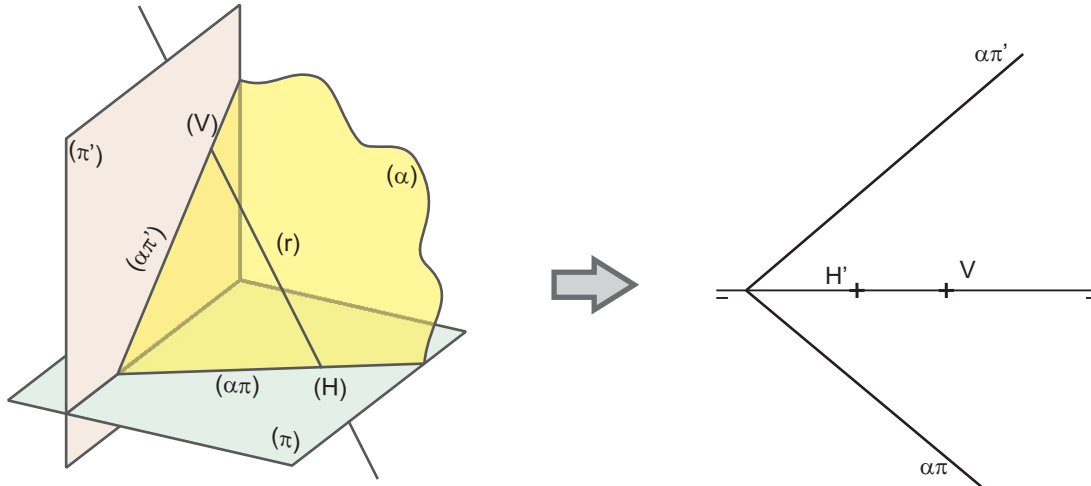
- **Traço horizontal**  $(\alpha\pi)$ , de cota nula, na interseção com o plano horizontal  $(\pi)$ ;
- **Traço vertical**  $(\alpha\pi')$ , de afastamento nulo, na interseção com o plano vertical  $(\pi')$ ;
- Os dois traços se interceptam na L.T. ou são paralelos à L.T.



### 3. PERTINÊNCIA DE RETA E PLANO

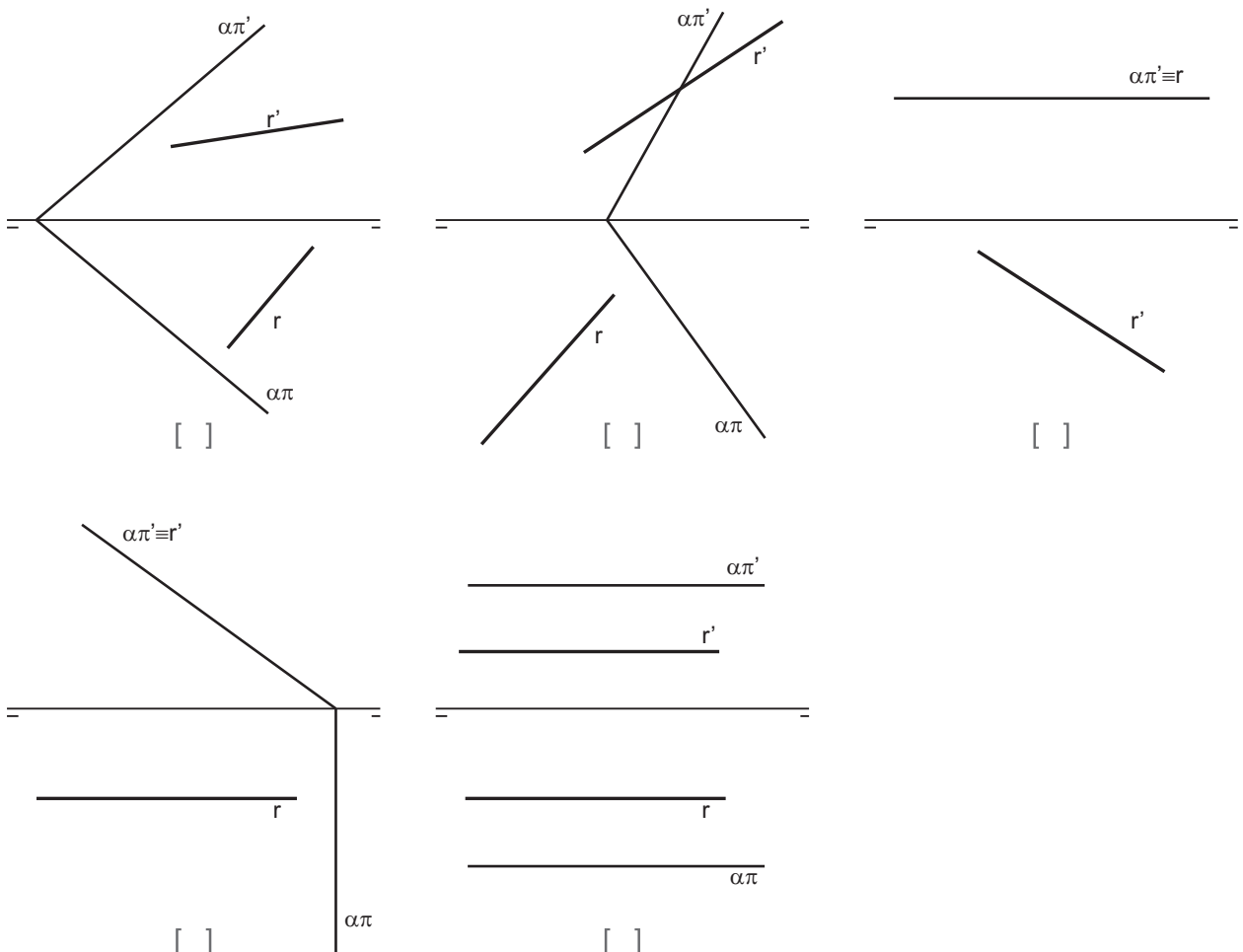
Retas contidas em um plano devem ter seus traços pertencentes aos traços de mesmo nome do plano. Isso implica que, uma reta ( $r$ ) contida num plano ( $\alpha$ ) terá seu traço vertical ( $V$ ) em ( $\alpha\pi'$ ), e seu traço horizontal ( $H$ ) em ( $\alpha\pi$ ).

Observe a espacial abaixo de uma reta ( $r$ ) contida no plano ( $\alpha$ ) e, a seguir, complete a é pura e a espacial com as projeções da reta ( $r$ ):



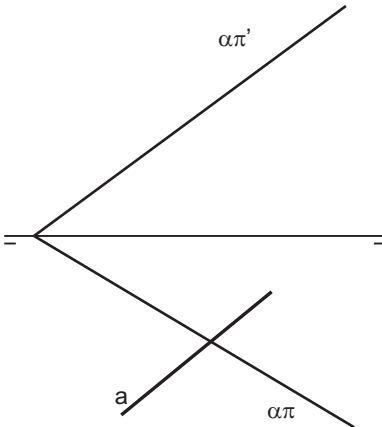
### EXERCÍCIOS

1- Analise as é puras abaixo e identifique os casos em que a reta ( $r$ ) pertence ao plano ( $\alpha$ ):

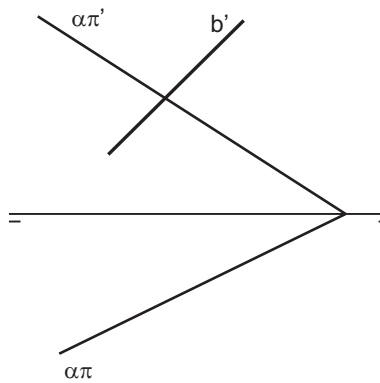


2- Complete as épuras das retas pertencentes ao plano ( $\alpha$ ), de acordo com as informações dadas em cada caso.

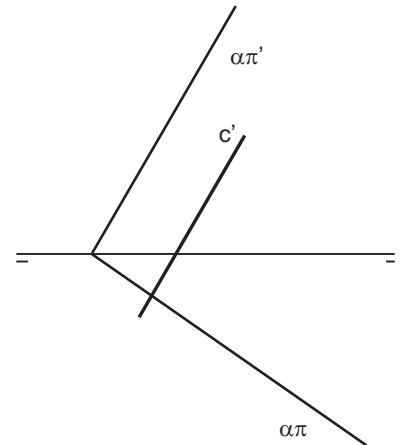
(a) é genérica



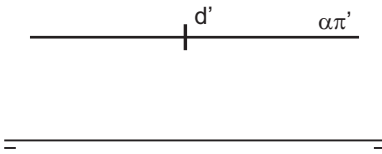
(b) é genérica



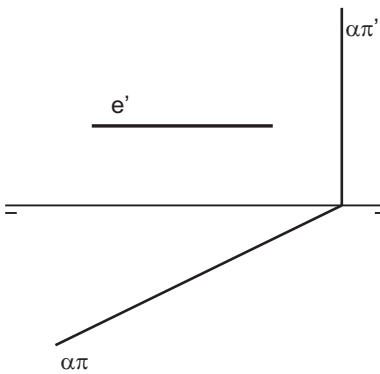
(c) é frontal



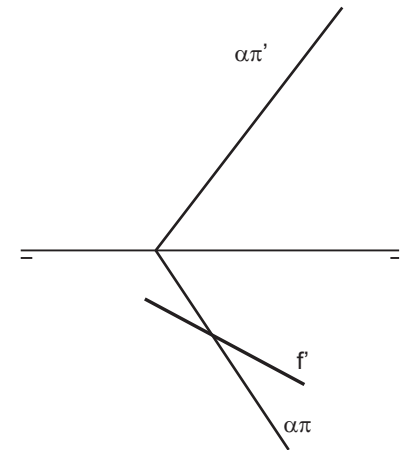
(d) é de topo



(e) é horizontal



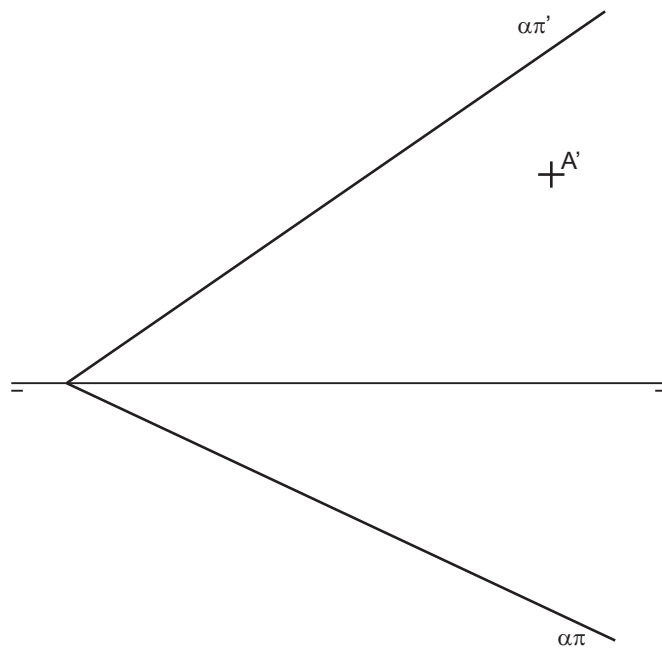
(f) é genérica



**DESAFIO**

3- Represente a épora do triângulo (A)(B)(C) contido no plano ( $\alpha$ ). Considere as informações abaixo:

- (AB) é frontal de 25mm;
- (B)z < (A)z;
- (BC) é horizontal de 30mm;
- (B)y < (C)y;



#### 4. PLANOS PARTICULARES

A posição espacial de um plano em relação aos planos de projeção pode definir **propriedades particulares** ao plano. Como os planos de projeção são ortogonais, podemos concluir que um plano:

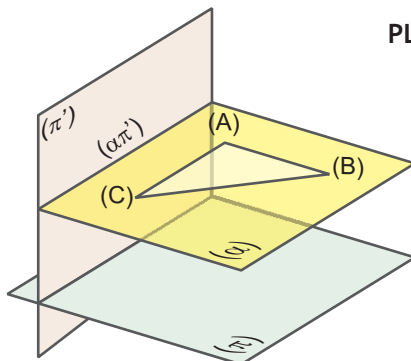
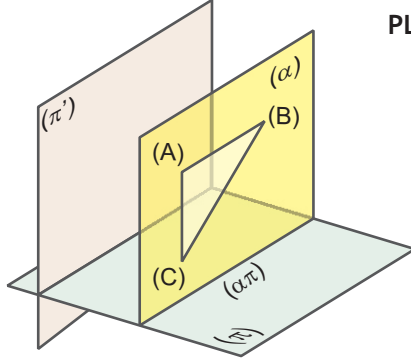
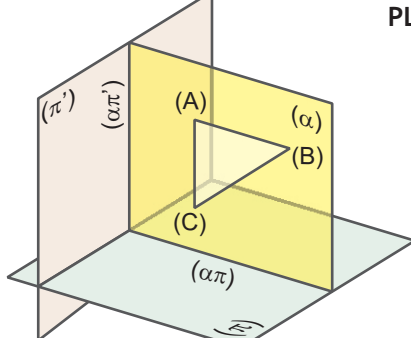
- Pode ser perpendicular aos dois planos de projeção;
- Paralelo a um dos planos de projeção, será perpendicular ao outro;
- Pode ser perpendicular a um plano de projeção e oblíquo ao outro;
- Pode ser oblíquo aos dois planos de projeção.

Quando o plano tem sua posição espacial paralela ou perpendicular a um plano de projeção, se faz importante conhecer algumas **propriedades particulares** que permitem identificar sua posição por meio de seus traços em épura.

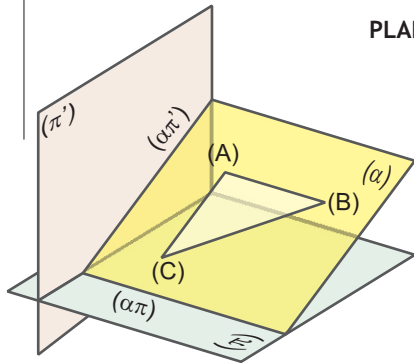
##### 4.1 PLANOS PROJETANTES

São os planos perpendiculares ao plano ( $\pi$ ) ou ao plano ( $\pi'$ ). Essa característica faz com que qualquer elemento (ponto, reta, polígono, etc) contido em um plano projetante tenha uma de suas projeções contida no traço do plano. A projeção que estará contida no traço será sempre aquela a que o plano é perpendicular.

Observe os planos projetantes abaixo. Cada um deles contém um triângulo retângulo (A)(B)(C) com catetos paralelos aos planos de projeção (quando possível). Com base nas espaciais, esboce os traços dos planos e as projeções dos triângulos nas épuras e, a seguir, informe as posições dos planos em relação aos planos de projeção e os tipos de retas dos lados dos triângulos. Essas são as retas que o plano comporta.

	<p><b>PLANO HORIZONTAL</b></p> <p>_____</p>	<p><b>Posição do plano</b></p> <p>(<math>\alpha</math>)___(<math>\pi</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi'</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi''</math>)</p> <p><b>Retas que admite</b></p> <p><math>\overline{(A)(B)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(B)(C)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(A)(C)}</math> _____</p>
	<p><b>PLANO FRONTAL</b></p> <p>_____</p>	<p><b>Posição do plano</b></p> <p>(<math>\alpha</math>)___(<math>\pi</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi'</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi''</math>)</p> <p><b>Retas que admite</b></p> <p><math>\overline{(A)(B)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(B)(C)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(A)(C)}</math> _____</p>
	<p><b>PLANO DE PERFIL</b></p> <p>_____</p>	<p><b>Posição do plano</b></p> <p>(<math>\alpha</math>)___(<math>\pi</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi'</math>) (<math>\alpha</math>)___(<math>\pi''</math>)</p> <p><b>Retas que admite</b></p> <p><math>\overline{(A)(B)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(B)(C)}</math> _____</p> <p><math>\overline{(A)(C)}</math> _____</p>





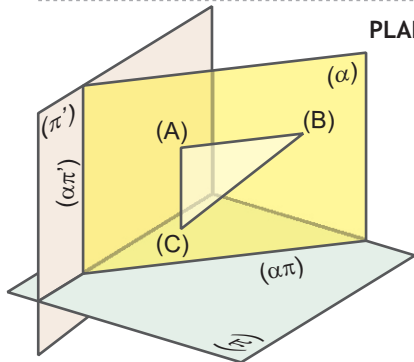
PLANO DE TOPO

**Posição do plano**

(α)\_\_\_(π) (α)\_\_\_(π') (α)\_\_\_(π'')

**Retas que admite**

$\overline{(A)(B)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(B)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(C)}$  \_\_\_\_\_



PLANO VERTICAL

**Posição do plano**

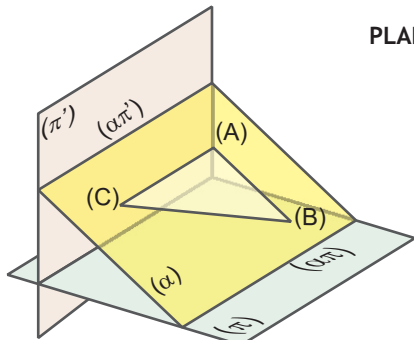
(α)\_\_\_(π) (α)\_\_\_(π') (α)\_\_\_(π'')

**Retas que admite**

$\overline{(A)(B)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(B)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(C)}$  \_\_\_\_\_

**4.2 PLANOS NÃO PROJETANTES**

São os planos oblíquos aos planos (π) e (π'). Continue a esboçar as épuras e a completar as informações de posição do plano e tipos de reta.



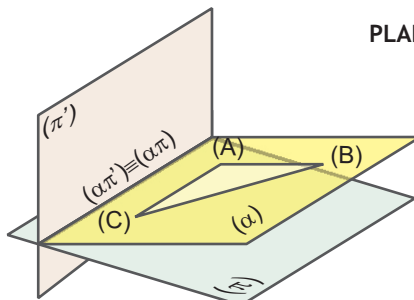
PLANO PARALELO À L.T. OU DE RAMPA

**Posição do plano**

(α)\_\_\_(π) (α)\_\_\_(π') (α)\_\_\_(π'')

**Retas que admite**

$\overline{(A)(B)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(B)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(C)}$  \_\_\_\_\_



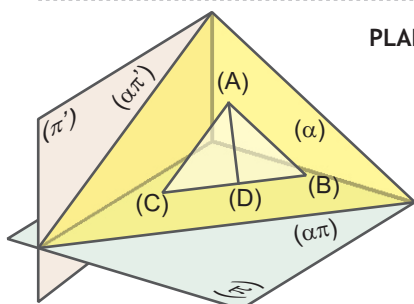
PLANO QUE CONTÉM L.T.

**Posição do plano**

(α)\_\_\_(π) (α)\_\_\_(π') (α)\_\_\_(π'')

**Retas que admite**

$\overline{(A)(B)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(B)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(C)}$  \_\_\_\_\_



PLANO GENÉRICO OU QUALQUER

**Posição do plano**

(α)\_\_\_(π) (α)\_\_\_(π') (α)\_\_\_(π'')

**Retas que admite**

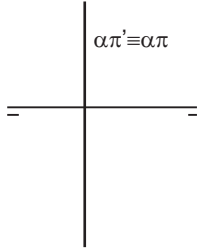
$\overline{(A)(B)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(B)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(C)}$  \_\_\_\_\_  
 $\overline{(A)(D)}$  \_\_\_\_\_

**EXERCÍCIOS**

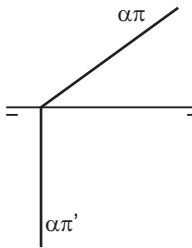
1- Marque (V) para as afirmações verdadeiras e (F) para as falsas:

- a) ( ) Planos projetantes são perpendiculares a um dos planos de projeção ( $\pi$ ) ou ( $\pi'$ ).
- b) ( ) Um triângulo contido num plano de topo terá sua projeção horizontal sobre o traço do plano.
- c) ( ) Um triângulo contido num plano vertical terá sua projeção horizontal sobre o traço do plano.
- d) ( ) Os traços de uma reta contida num plano pertencem aos traços do plano.
- e) ( ) O plano horizontal possui somente o traço de mesmo nome. Por isso se chama horizontal.

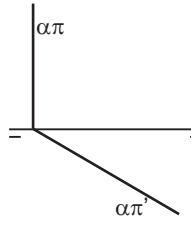
2- Dadas as projeções dos traços do plano ( $\alpha$ ) nas épuras abaixo, identifique os nomes dos planos e diga se são projetantes, marcando com um "X" no quadro correspondente, se for o caso:



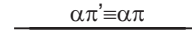
É projetante!




É projetante!



É projetante!



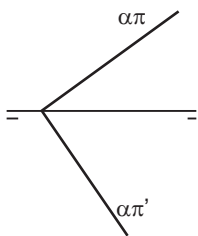
É projetante!

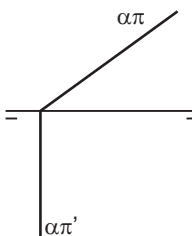


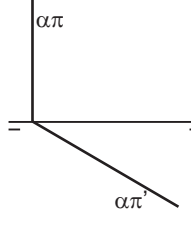
É projetante!

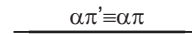
3 - Dadas as projeções dos traços do plano ( $\alpha$ ) nas épuras abaixo, preencha o quadro com as indicações paralelo(//), oblíquo( $\sphericalangle$ ) e perpendicular( $\perp$ ), de acordo com a posição de cada plano em relação aos planos de projeção:

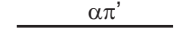
(Se preferir, esboce os planos nas espaciais)



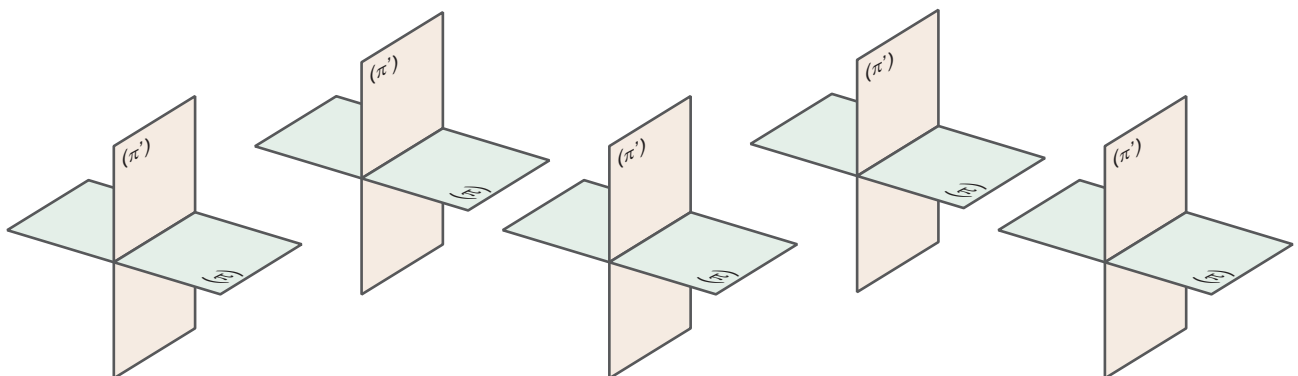








Posição \ Épura	Primeira	Segunda	Terceira	Quarta	Quinta
Em relação a ( $\pi$ )					
Em relação a ( $\pi'$ )					
Em relação a ( $\pi''$ )					



4 - Considerando que haja um quadrado (A)(B)(C)(D) contido em cada um dos planos ( $\alpha$ ) abaixo, assinale a opção que representa corretamente sua situação em é pura.

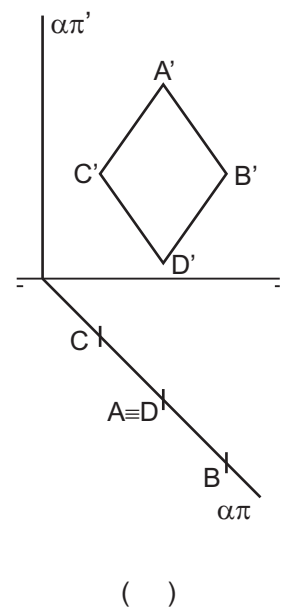
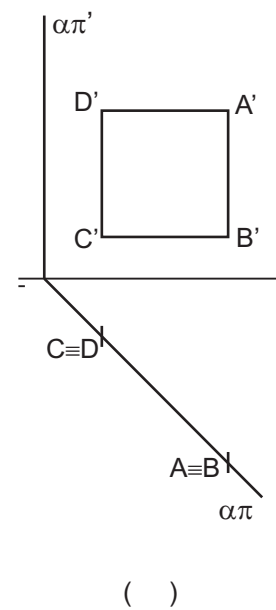
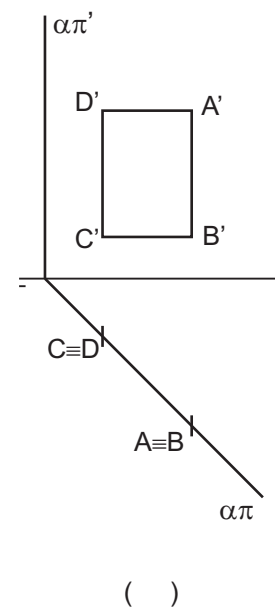
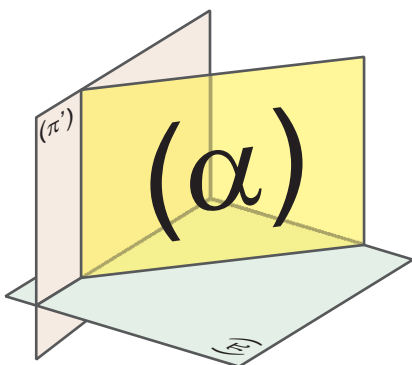
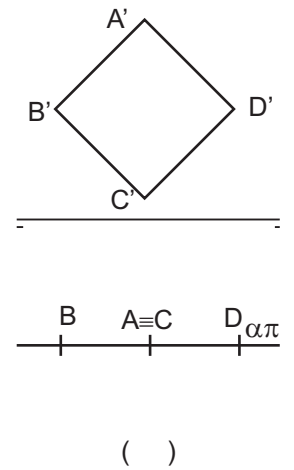
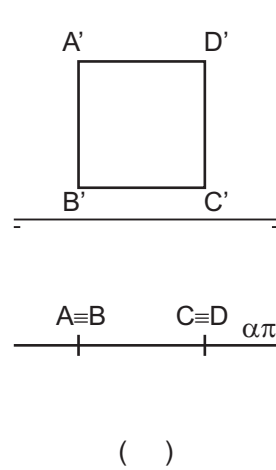
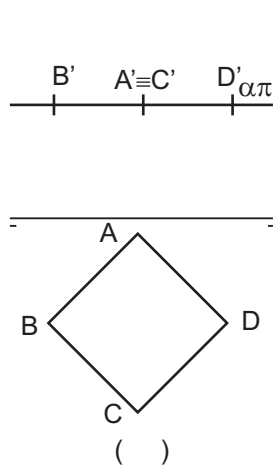
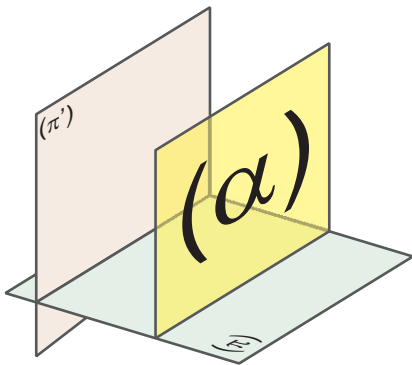
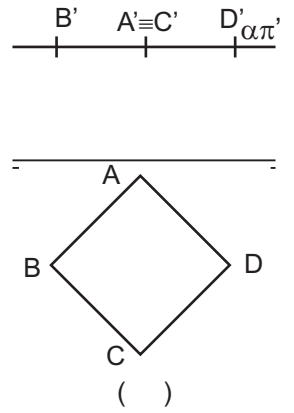
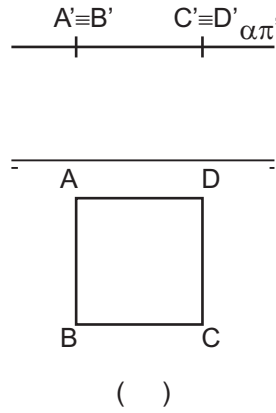
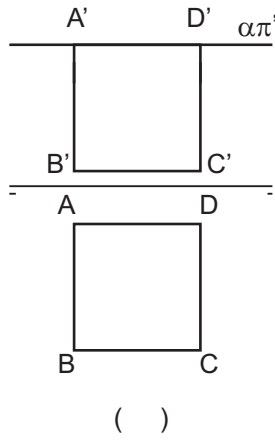
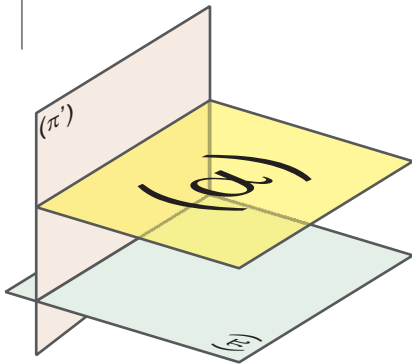


Diagram illustrating the intersection of a plane  $(\alpha)$  with a horizontal plane  $(\pi)$  and a vertical plane  $(\pi')$ . The intersection lines are  $\alpha\pi$  and  $\alpha\pi'$ .

Three options for the projections of a square  $A(B)(C)(D)$  are shown:

- Option 1: Front view  $A'B'C'D'$  is a square with  $A' \equiv B'$  and  $C' \equiv D'$ . Top view  $ABCD$  is a square rotated 45 degrees.
- Option 2: Front view  $A'B'C'D'$  is a square with  $A' \equiv D'$  and  $C' \equiv B'$ . Top view  $ABCD$  is a square rotated 45 degrees.
- Option 3: Front view  $A'B'C'D'$  is a square with  $A' \equiv B'$  and  $C' \equiv D'$ . Top view  $ABCD$  is a rectangle.

( ) ( ) ( )

5 - Considerando que haja um triângulo equilátero  $(A)(B)(C)$  contido em cada um dos planos  $(\alpha)$  abaixo, assinale a(s) opção(ões) que representa(m) corretamente sua situação em épura.

Diagram illustrating the intersection of a plane  $(\alpha)$  with a horizontal plane  $(\pi)$  and a vertical plane  $(\pi')$ . The intersection lines are  $\alpha\pi$  and  $\alpha\pi'$ .

Three options for the projections of an equilateral triangle  $A(B)(C)$  are shown:

- Option 1: Front view  $A'B'C'$  is a horizontal line with points  $B', A', C'$  in order. Top view  $ABC$  is an equilateral triangle.
- Option 2: Front view  $A'B'C'$  is a triangle with  $A'$  on the left and  $B', C'$  on the right. Top view  $ABC$  is a horizontal line with points  $A, C \equiv B$  in order.
- Option 3: Front view  $A'B'C'$  is an equilateral triangle. Top view  $ABC$  is a triangle with  $A$  at the top and  $B, C$  at the bottom.

( ) ( ) ( )

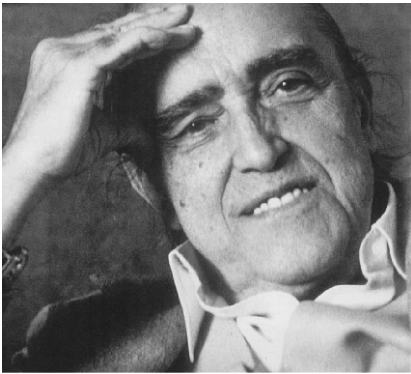
Diagram illustrating the intersection of a plane  $(\alpha)$  with a horizontal plane  $(\pi)$  and a vertical plane  $(\pi')$ . The intersection lines are  $\alpha\pi$  and  $\alpha\pi'$ .

Text: O triângulo contido no plano acima deve ter as medidas da figura abaixo, quando em V.G.

Three options for the projections of an equilateral triangle  $A(B)(C)$  are shown:

- Option 1: Front view  $A'B'C'$  is a triangle with  $A'$  on the left and  $B', C'$  on the right. Top view  $ABC$  is an equilateral triangle.
- Option 2: Front view  $A'B'C'$  is a triangle with  $C' \equiv A'$  on the left and  $B'$  on the right. Top view  $ABC$  is a triangle with  $A$  at the top and  $B, C$  at the bottom.
- Option 3: Front view  $A'B'C'$  is a triangle with  $C' \equiv A'$  on the left and  $B'$  on the right. Top view  $ABC$  is a triangle with  $A$  at the top and  $B, C$  at the bottom.

( ) ( ) ( )



Oscar Niemeyer  
15/12/1907 — 05/12/2012

Oscar Niemeyer foi o arquiteto brasileiro considerado uma das figuras-chave no desenvolvimento da arquitetura moderna. Nascido no Rio de Janeiro, estudou na Escola de Belas Artes, e foi conhecido pelos projetos de edifícios cívicos para Brasília, e sua colaboração no grupo de arquitetos que projetou a sede das Nações Unidas em Nova Iorque. Elogiado e criticado por ser um "escultor de monumentos", Niemeyer foi um grande artista e um dos maiores arquitetos de sua geração por seus partidários. Niemeyer se destacou por seu uso de formas abstratas e pelas curvas que caracterizam a maioria de suas obras, e escreveu em suas memórias:

“Não é o ângulo reto que me atrai, nem a linha reta, dura, inflexível, criada pelo homem. O que me atrai é a curva livre e sensual, a curva que encontro nas montanhas do meu país, no curso sinuoso dos seus rios, nas ondas do mar, no corpo da mulher preferida. De curvas é feito todo o universo, o universo curvo de Einstein.”

Fonte: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar\\_Niemeyer](http://pt.wikipedia.org/wiki/Oscar_Niemeyer)  
Acesso: 16/12/2012

“A Estação Cabo Branco – Ciência, Cultura e Artes (ao lado), foi projetada pelo arquiteto Oscar Niemeyer, inaugurada no dia 3 de julho de 2008, e tem a missão de levar cultura, arte, ciência e tecnologia à população de forma gratuita.

O complexo possui 8.500m<sup>2</sup> de área construída e é composto por um conjunto cinco edifícios. Entre eles uma torre espelhada erguida em forma octogonal, apoiada sobre uma parede cilíndrica”

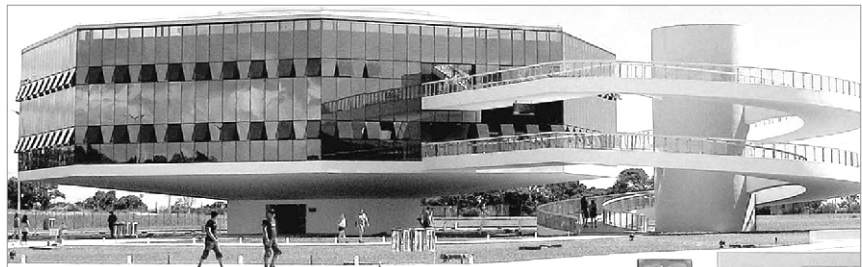
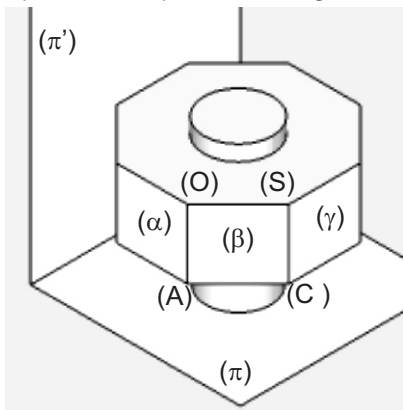


Foto e texto: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Estação\\_Cabo\\_Branco](http://pt.wikipedia.org/wiki/Estação_Cabo_Branco)  
Acesso: 16/12/2012

De acordo com a isométrica abaixo, baseada no prédio descrito acima, faça o que se pede nas 3 questões a seguir:

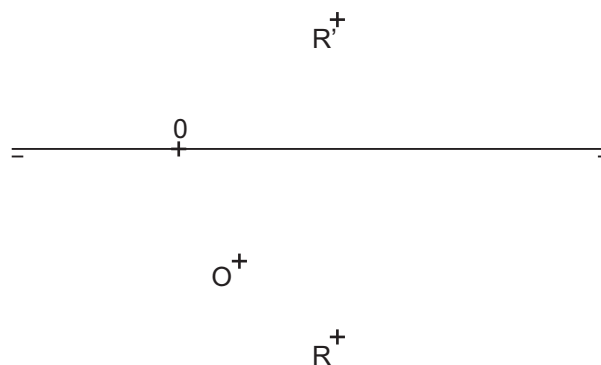


6 - Identifique os nomes dos planos que formam as laterais do edifício:

- ( $\alpha$ ) .....
- ( $\beta$ ) .....
- ( $\gamma$ ) .....

8 - Determine na é pura abaixo as projeções do retângulo (OSCA) e os traços do plano ( $\beta$ ), sabendo:

- (OA) = 20mm;
- (R) é o centro do retângulo;



7 - Informe quais retas o plano ( $\beta$ ) admite:

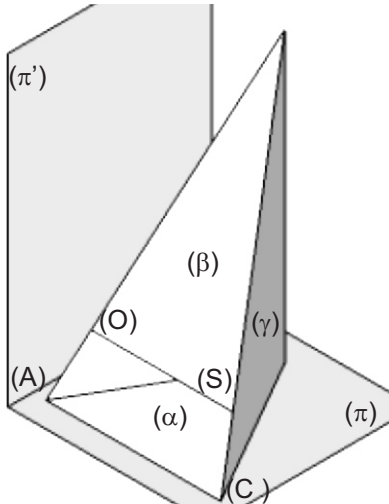
.....

“O **Centro Cultural Oscar Niemeyer** - CCON (abaixo) - projetado por Niemeyer, é um complexo de espaços culturais situado na cidade de Goiânia, com edifícios em forma de volumes geométricos de concreto. O prédio da biblioteca é uma caixa de vidro com fachada fumê, intencionalmente escura para reforçar o contraste com o branco do MAC, e do Palácio da Música e com o grande triângulo vermelho do Monumento aos Direitos Humanos - MDH.



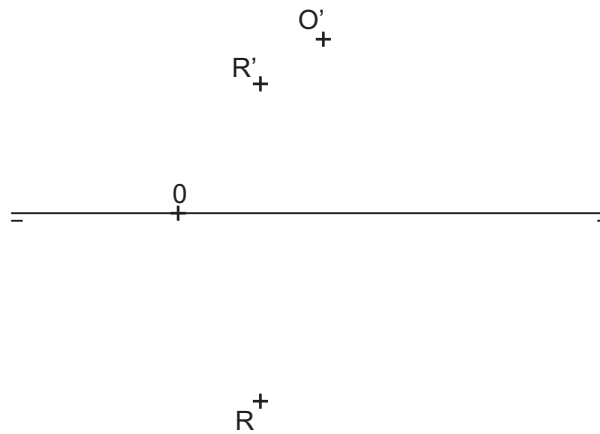
Foto e texto: [http://pt.wikipedia.org/wiki/Centro\\_Cultural\\_Oscar\\_Niemeyer](http://pt.wikipedia.org/wiki/Centro_Cultural_Oscar_Niemeyer)  
Acesso: 16/12/2012

De acordo com a isométrica abaixo, baseada no prédio do MDH, faça o que se pede nas 3 questões a seguir:



11 - Determine na épura abaixo as projeções do trapézio isósceles (OSCA) que representa a entrada do edifício, e os traços do plano (β), sabendo:

- (OS) = 20mm;
- (CA) = 30mm;
- (R) é o centro do trapézio (ponto médio da base média);



9 - Identifique os nomes dos planos que formam a base e as laterais do edifício:

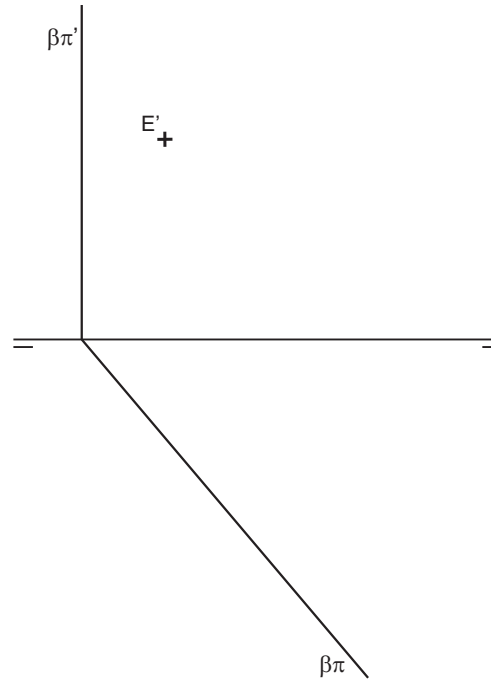
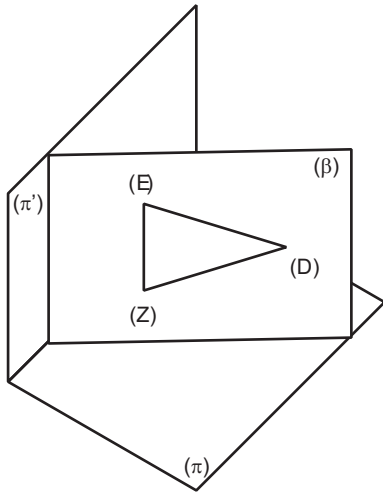
- (α) .....
- (β) .....
- (γ) .....

10 - Informe quais retas o plano (β) admite:

- .....
- .....
- .....
- .....
- .....

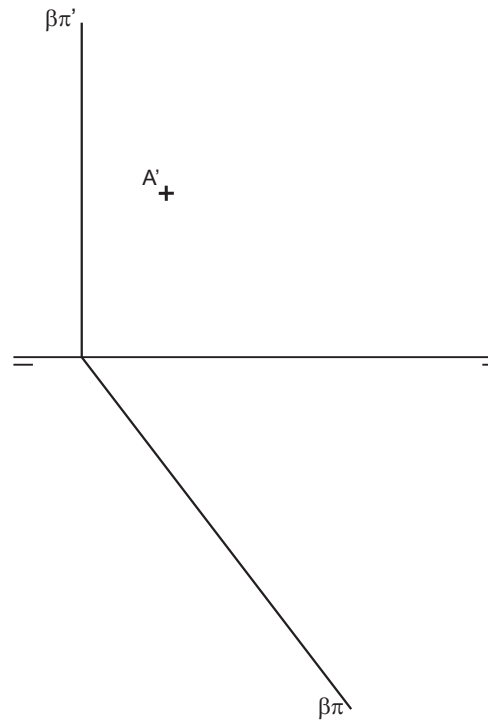
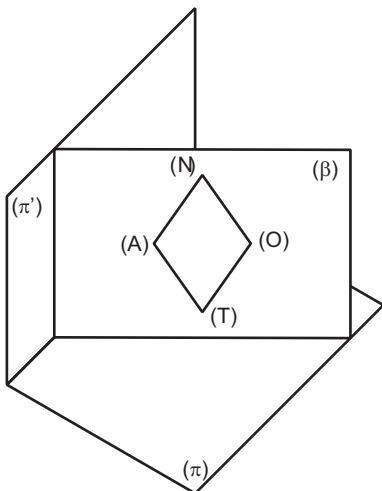
12 - Conforme o desenho isométrico, represente as projeções do triângulo isósceles (D)(E)(Z) contido no plano ( $\beta$ ), sabendo:

- A altura relativa ao lado (d) mede 40mm;
- (E)(Z) é vertical e mede 22mm;



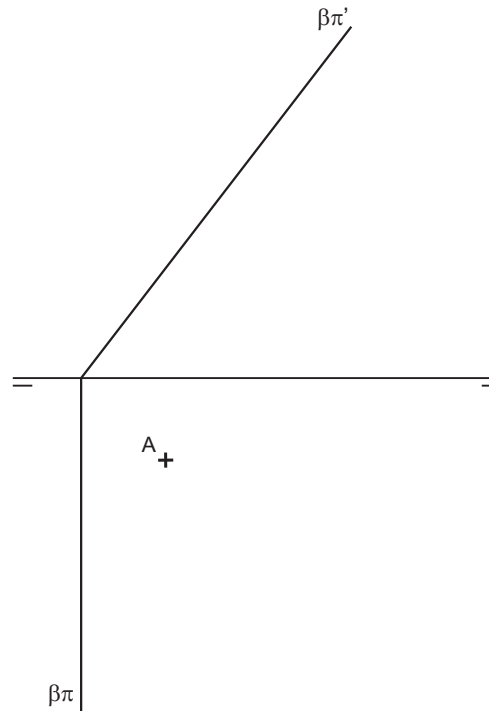
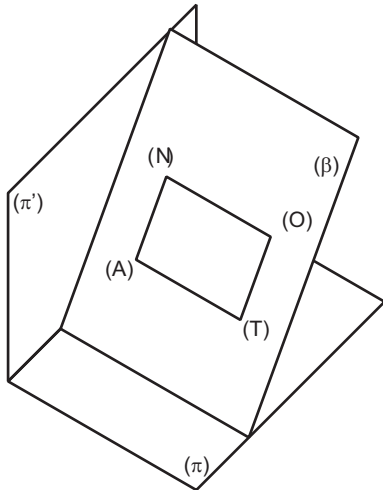
13 - Com base no desenho isométrico, represente as projeções do losango (N)(O)(T)(A) contido no plano ( $\beta$ ), sabendo:

- (A)(O) é horizontal e mede 25mm;
- (T)(N) mede 35mm;



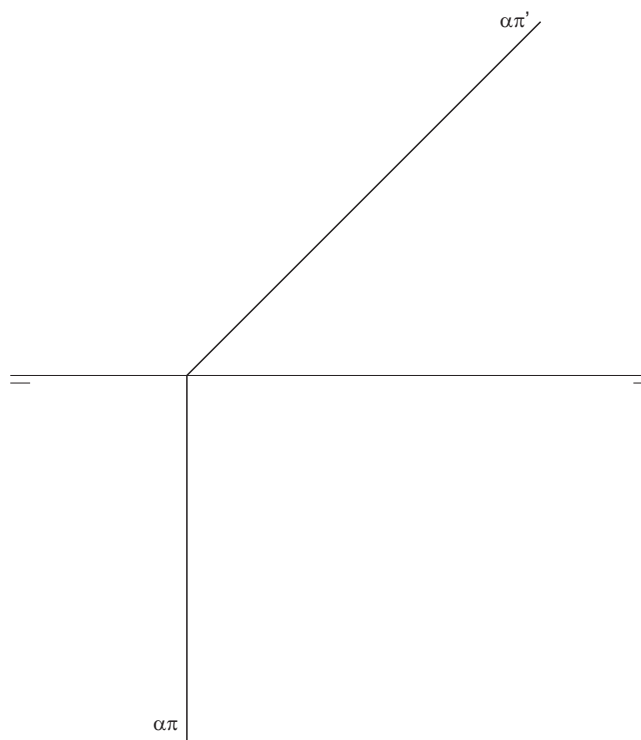
14 - Com base no desenho isométrico, represente as projeções do retângulo (N)(O)(T)(A) contido no plano (b), sabendo:

- (N)(O) é de topo e mede 30mm;
- (T)(O) mede 20mm;



15 - Determine as projeções do triângulo isósceles BOM, inscrito no plano ( $\alpha$ ), sabendo que:

- (BO) é topo igual a 30mm;
- (B)[?;10;15];
- Oy máximo;
- altura relativa ao lado não congruente (BO) igual a 20mm.

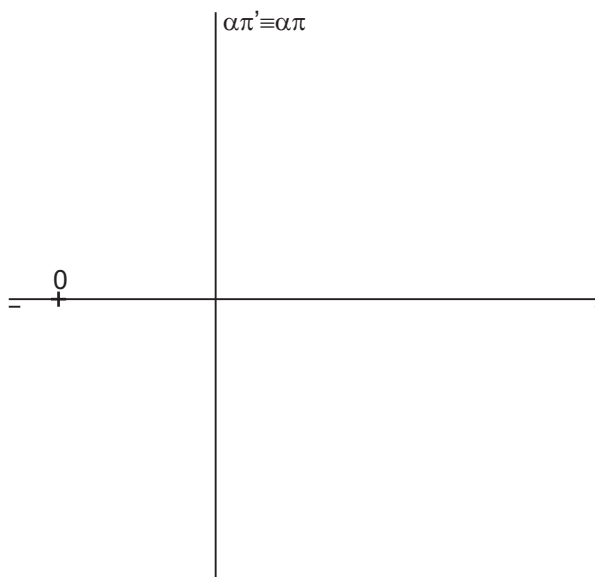




16 - Determine as projeções do triângulo equilátero (ABC) contido no plano ( $\alpha$ ), sabendo:

(A) [??;10;25]

(B) [??;30;10]



17 - Determine as projeções do paralelogramo (ABCD) pertencente ao plano de topo ( $b$ ), sabendo:

$(\overline{BC})$  frontal = 40mm, onde  $(B)_x < (C)_x$  ;

(D) [65;10;35];

(B) [10;25;00];



## BIBLIOGRAFIA

LIMA, J. M. A. *Apostila de apoio - 2a série do ensino médio*. Colégio Pedro II - Campus Engenho Novo II. Rio de Janeiro, 2014, 26p.

COLÉGIO PEDRO II: *Apostila de Desenho - Geometria Descritiva: 1a série - Ensino Médio: referência – elaboração*. Rio de Janeiro, 2009, 53p.

PINHEIRO, V. A. *Noções de geometria descritiva: ponto – reta – plano*. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1961, 230p.

---

## CRÉDITOS

### EQUIPE DE DESENHO DO CAMPUS ENGENHO NOVO II:

- Carolina Monteiro de Castro de Andrade e Silva
- Claudia Maia Neves
- Jorge Marcelo Alves de Lima
- Natália Mafra
- Rodrigo Rafael de Souza Ferreira da Silva

4ª edição - 2019

[www.felizemdesenho.com](http://www.felizemdesenho.com)

