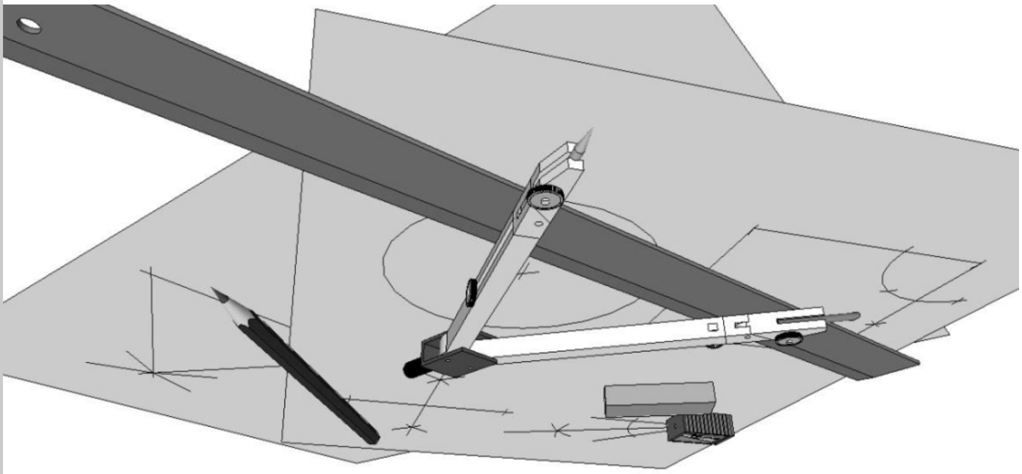
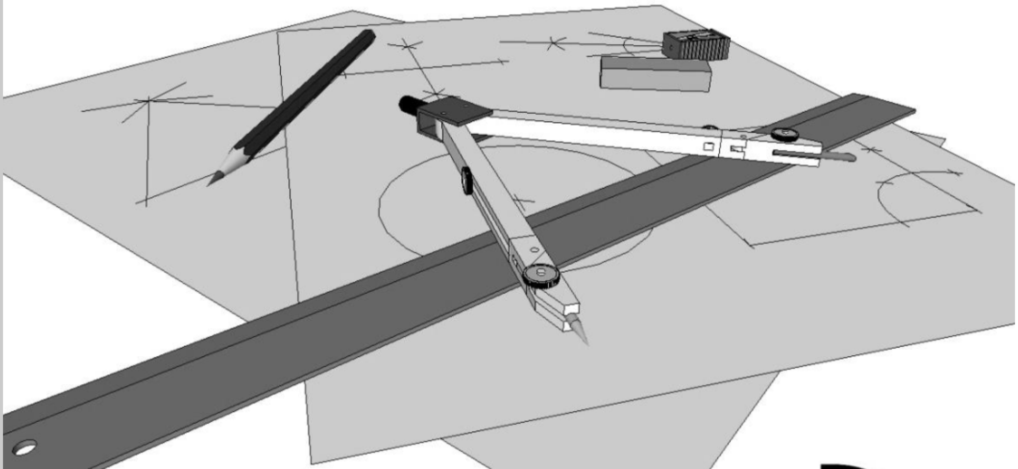
Apostila de Desenho

8º ano

COLÉGIO PDRO II

Departamento de Desenho





Desenho
DEPARTAMENTO

Colégio Pedro II – Campus Engenho Novo II	
Aluno:	
Turma:	Número:
Professor:	***2019***

ÍNDICE

O emprego da letra bastão na caligrafia técnica surgiu da necessidade de uma escrita legível e uniforme, principalmente nas áreas técnicas e industriais. Isso porque a escrita cursiva (à mão livre) pode ser ou não legível.

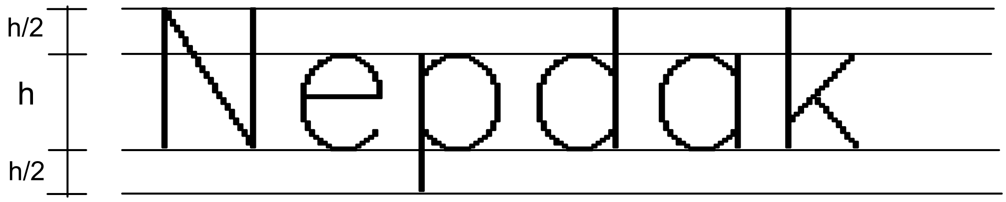
A apresentação visual de seus desenhos e trabalhos escolares dependem, em grande parte, da sua caligrafia. As letras tipo bastão são as mais usadas pelos desenhistas por serem legíveis e fáceis de desenhar.

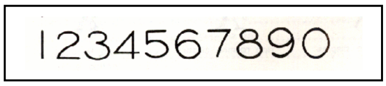
(Jorge,S. Desenho geométrico – idéias e imagens. v.1. São Paulo: Saraiva, 2003).

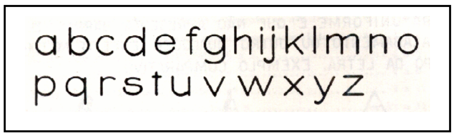
Atenção! As letras do tipo bastão são constituídas por traços uniformes (retos ou curvos), de forma simples, sem enfeites e rebuscamento.

Para obter um traçado uniforme, devemos seguir algumas regras de proporção.

As letras devem ser desenhadas apoiadas em linhas paralelas com traçado claro (linhas de guia);
A altura das letras minúsculas deve ser aproximadamente 2/3 da altura das letras maiúsculas;
Os algarismos tem a mesma altura das letras maiúsculas;
O espaço entre as letras de uma mesma palavra será de acordo com a próxima letra a ser escrita. Isso é para que não haja letras grudadas demais, nem espaçadas a ponto de parecer outra palavra;
Os espaços entre as palavras devem ser maiores que os espaços entre as letras;







1.Escreva com caligrafia técnica, maiúscula e minúscula vertical no nome da sua unidade escolar e a data em que estiver concluindo este exercício.

Colégio Pedro II- Unidade Escolar

Rio de Janeiro,

2. Reescreva a frase abaixo com letras bastão. Trace as linhas auxiliares bem claras utilizando os 'tracinhos' como guias.

"Quando as palavras falham, eu desenho."
(Leonardo da Vinci)

3. Nosso planeta vem sofrendo muito com o excesso de gases poluentes na atmosfera. A maior consequência é o fenômeno chamado de Aquecimento Global, que consiste no aumento da temperatura terrestre. Escreva uma frase que se relacione com a situação mostrada abaixo. Escreva com letras bastão maiúsculas e minúsculas.

Charge de Gilmar Luiz Tasch, o Tacho, publicada no Jornal NH.

4. Utilizando somente letras bastão maiúsculas, escreva um trecho (pelo menos três linhas) de uma música que você goste.

As linhas paralelas, já desenhadas, servirão de suporte e limite para as palavras. Fique atento ao espaçamento entre as letras e as palavras. Procure fazer tudo de modo organizado e caprichado.

→

→

→

→

→

5. Responda as questões abaixo com letras bastão maiúsculas.

a) Se você pudesse escolher um lugar para passar as férias, qual seria esse lugar?

b) Se você tem um cachorro, qual é o nome dele? Mas se você não tem, que nome você daria a ele caso ganhasse algum?

c) Se você tivesse que escolher um escritor (prosa, poesia, autor de letra de música) quem você escolheria?

Preenchimento do rodapé

A legenda ou rodapé é a parte integrante das pranchas (margens retangulares impressas nas folhas dos blocos) para desenho técnico destinada a informar: o nome da empresa ou colégio; número, título e autor do desenho; escala e datas. Nas indústrias, cada empresa possui seu próprio padrão de legenda, normalmente já impressa ou carimbada, na folha para desenho.

A legenda deve ficar situada no canto inferior direito da folha, tanto nas folhas posicionadas horizontalmente como verticalmente.

(Estephanio, Carlos. Desenho técnico: uma linguagem básica. p. 41. 2ªed. Rio de Janeiro, 1994).

Nos trabalhos de desenho são utilizadas frequentemente as folhas de bloco prancha A4.

Agora, tente preencher corretamente a legenda, sem abreviar e ***utilizando somente as letras maiúsculas e algarismos da letra bastão***.

OBS: ***Para preencher a legenda, deveremos traçar as linhas de apoio com o lápis, de leve, pois elas deverão estar bem clarinhas (linhas contínuas e estreitas) no papel para não entrar em conflito com as letras.***

Legenda TIPO 1

COLÉGIO PEDRO II – UNIDADE ESCOLAR	TÍTULO DO TRABALHO			
DEPARTAMENTO DE DESENHO E ARTES VISUAIS	FL.Nº DATA	NOME DO ALUNO PROFESSOR	N°	TURMA

Legenda TIPO 2 – *mais encontrada no comércio atualmente*

COLÉGIO PEDRO II UNIDADE ESCOLAR			
DEPARTAMENTO DE DESENHO E ARTES VISUAIS	TÍTULO DO TRABALHO	Nº	DATA
NOME DO ALUNO		TURMA	PROFESSOR

COLÉGIO PEDRO II UNIDADE ESCOLAR...			
DESENHO	TÍTULO DO TRAB.	Nº	DATA
NOME DO ALUNO		TURMA	PROF.

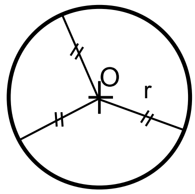
LUGAR GEOMÉTRICO

Lugar geométrico (LG) é um conjunto de pontos que possuem uma propriedade comum e exclusiva.
(Jorge,S. Desenho Geométrico, Ed. Saraiva)

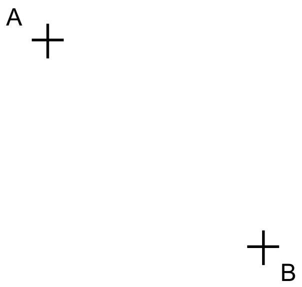
CIRCUNFERÊNCIA

É o lugar geométrico dos pontos que estão a igual distância de um ponto.
O ponto é o centro e a distância dada o raio da circunferência.

Circ. (O,r) ⟶ lê-se: circunferência de centro O e raio r

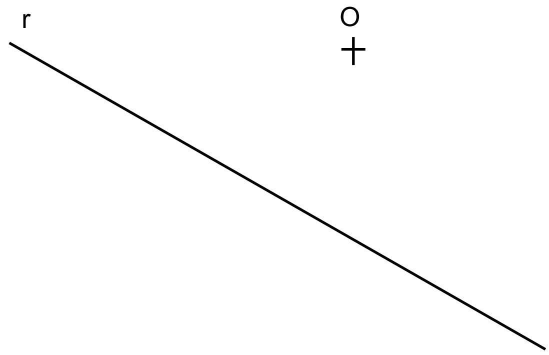


1. Determine o(s) ponto(s) P sabendo que ele(s) está(ão) a 20 mm de A e a 30 mm de B.



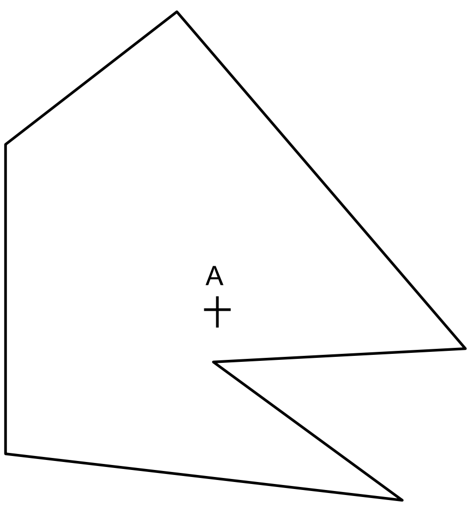
Nº de soluções: ________

2. Localize na reta r os pontos que distam 35 mm de O.



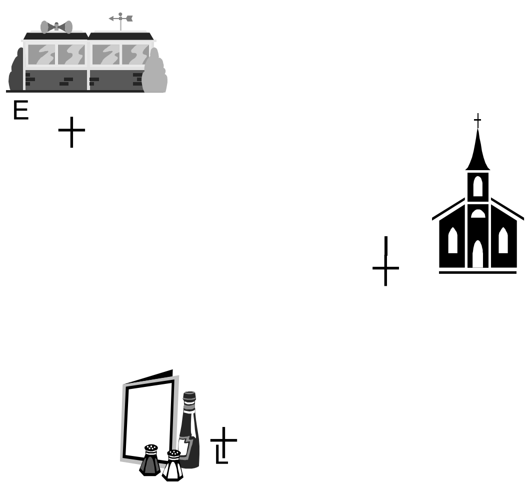
Nº de soluções: ________

3. Determine os pontos da linha poligonal que distam 25 mm de A.



Nº de soluções: ________

4. Será necessário colocar uma placa de sinalização que fique distante 25 mm da escola E e a 35 mm da igreja I. Sabe-se, ainda, que a placa deve ficar o mais próximo possível da lanchonete L.



Nº de soluções: ________

QUADRO DE ANÁLISE

É a maneira de anotarmos com palavras e símbolos tudo o que traçamos com os instrumentos de Desenho para resolver o problema proposto.

A cada exercício realizado devemos apontar quatro informações:

Neste campo deverá ser informado o ponto que está sendo procurado. Este ponto recebe o nome de ponto *chave* já que, uma vez encontrado, o problema estará solucionado. Lembre-se que para determinar um ponto são necessárias duas linhas que se cruzem!

Quadro de análise:

Ponto chave: ________________

Lugar Geométrico 1: _________

Lugar geométrico 2:__________

Número de soluções.: ________

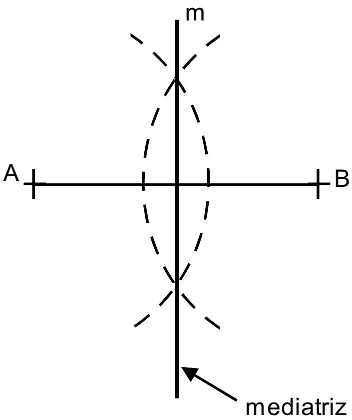
Neste campo deverá ser informado o primeiro lugar geométrico do ponto chave, ou seja, a primeira linha a qual ele pertence.

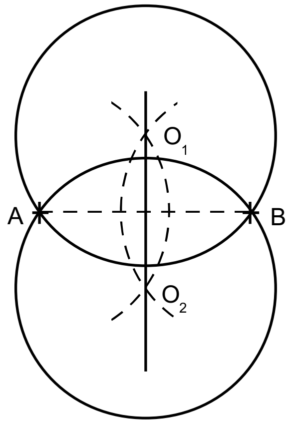
Neste campo deverá ser informado o segundo lugar geométrico do ponto chave, ou seja, a segunda linha a qual ele pertence.

Por fim, deverá ser informado o número de soluções possíveis, ou seja, a quantidade de pontos chave que foi encontrada ao ser solucionado o problema. Não se esqueça que deve ser considerado o espaço reservado para a resolução gráfica!!!

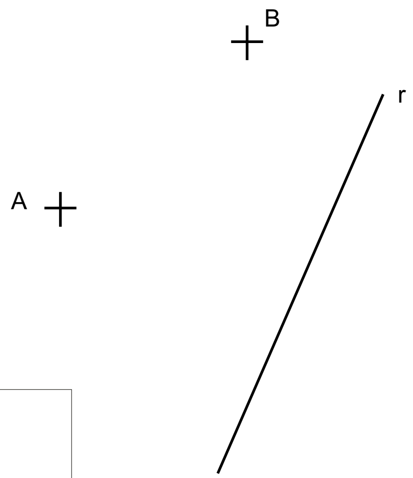
MEDIATRIZ

É o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes de dois pontos. A mediatriz é também o lugar dos centros das circunferências que passam pelos dois pontos.





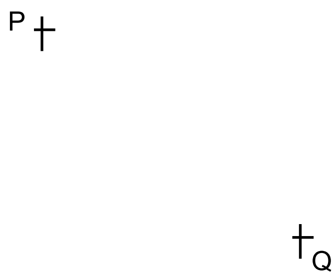
1. Determine o ponto M sabendo que ele eqüidista de A e B e pertence à reta r.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

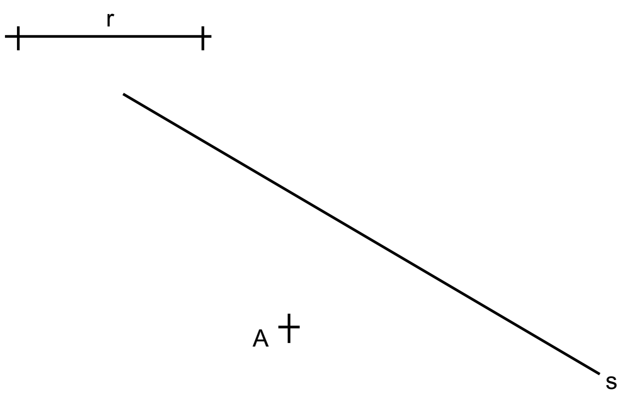
2. Represente a circunferência de menor raio possível que passa pelos pontos P e Q.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

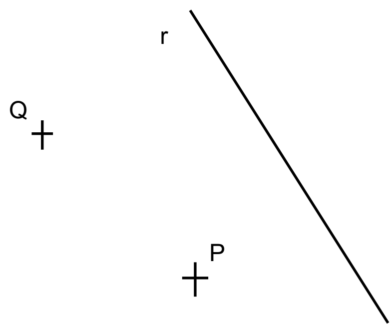
3. Construa uma circunferência de raio igual a r, que passa pelo ponto A e cujo centro pertence à reta s.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

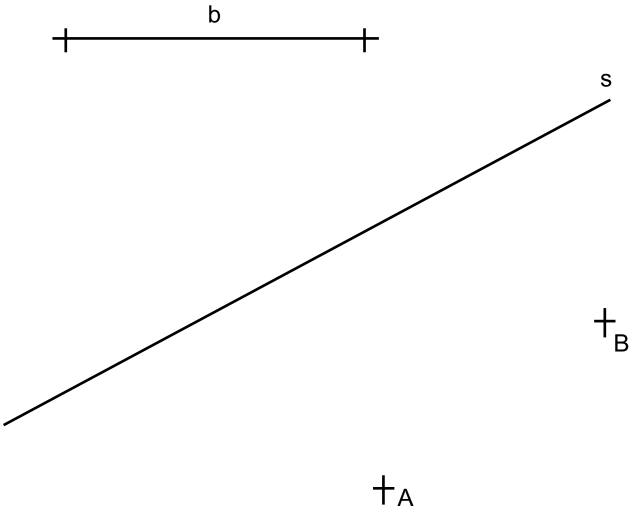
4. Construa a circunferência que passa por P e Q, sabendo que o seu centro pertence à reta r.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

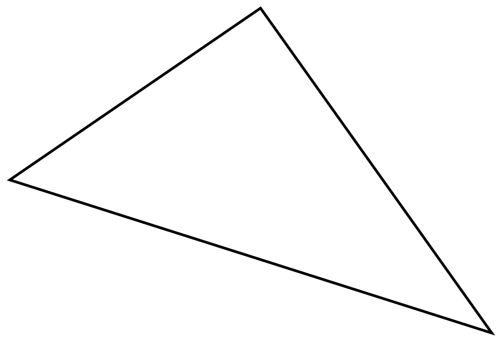
5. Construa o triângulo ABC, conhecendo o lado b e sabendo que C pertence à reta s.
O problema admite quantas soluções?



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

6. O proprietário de um terreno triangular resolveu construir um poço eqüidistante dos vértices desse triângulo. Determine o local onde o poço P deve ficar.



Análise:

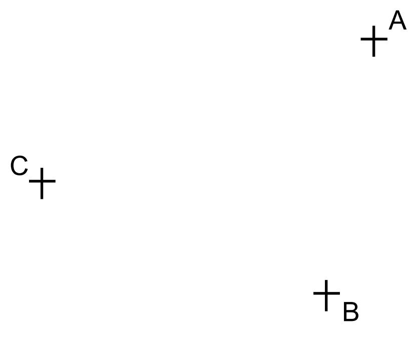
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

7. Determine o ponto M eqüidistante de N e O e distante 30 mm de P.

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

8. Construa a circunferência que passa pelos pontos A, B e C.

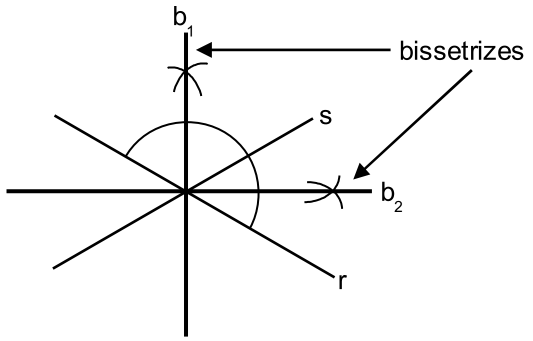


Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

PAR DE BISSETRIZES

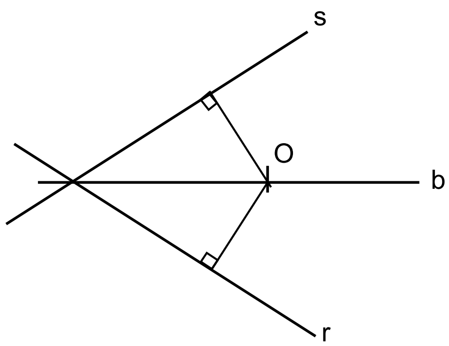
Nós já vimos que bissetriz é a reta que divide um ângulo em partes iguais. A bissetriz é também o lugar geométrico dos pontos eqüidistantes de duas retas concorrentes. Prolongando-se as retas concorrentes, o plano que contém as retas ficará dividido em quatro regiões.
A bissetriz é também o lugar dos centros das circunferências que tangenciam as duas retas.

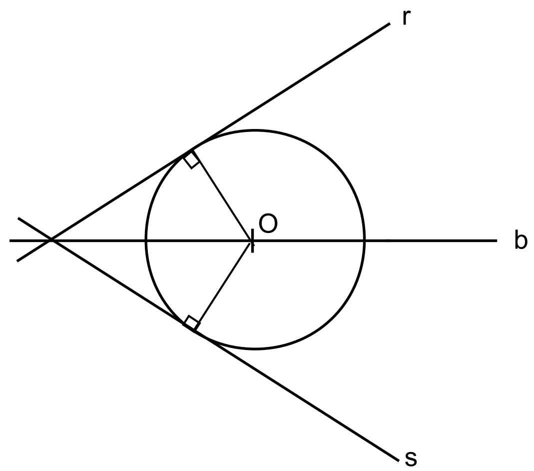


r e s são as retas concorrentes

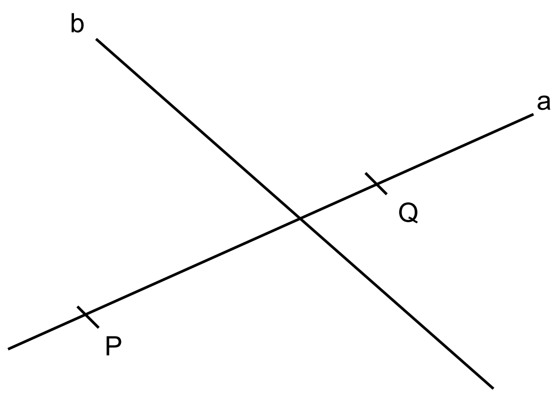
b_1 e b_2 são as bissetrizes

As bissetrizes são perpendiculares entre si.





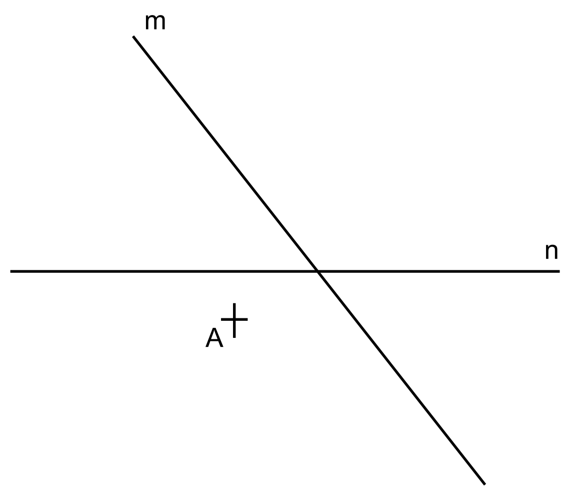
1. Dadas as retas a e b, e os pontos P e Q, determine o(s) ponto(s) K, que eqüidista(m) de a e b, e de P e Q.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

2. Dada as retas m e n, e o ponto A, determine o(s) ponto(s) R, que eqüidista(m) de m e n, e dista(m) 25 mm de A.



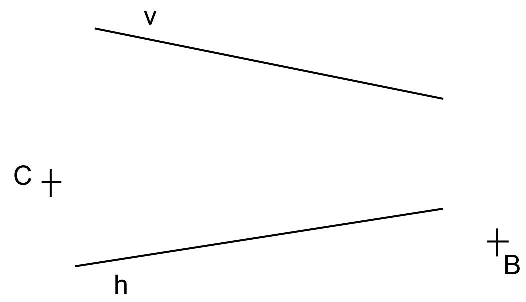
Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

3. Um monumento vai ser erguido num ponto (P) equidistante das ruas Humaitá (h) e Voluntários da Pátria (v) e também eqüidistante da Cobal (C) e dos Bombeiros (B).

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

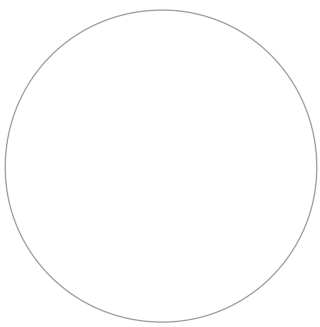


4. Determine o ponto P onde cairá a pedra do Hagar após sua brincadeira de "golfe", sabendo que P equidista dos vértices F e G e equidista dos lados FG e GH do polígono FGHI abaixo.

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

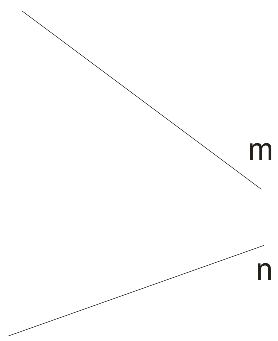
5. Determine o centro da circunferência abaixo.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

5. Determine o ponto X que dista 15 mm da reta m e equidista das retas m e n.

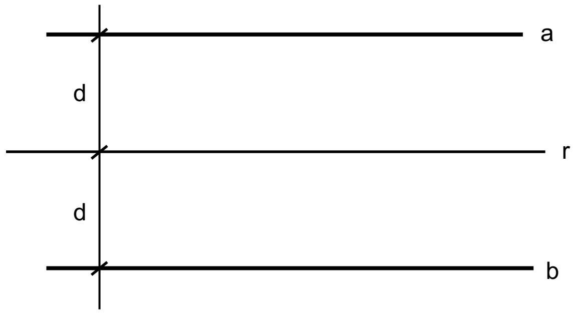


Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

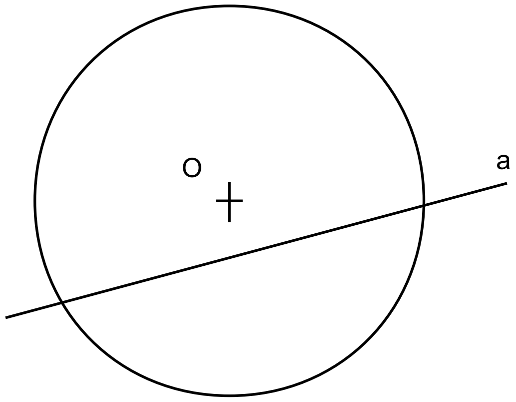
PAR DE PARALELAS

É o lugar geométrico dos pontos que mantém uma distância constante de uma reta fixa.



As retas a e b estão a uma mesma distância da reta r.

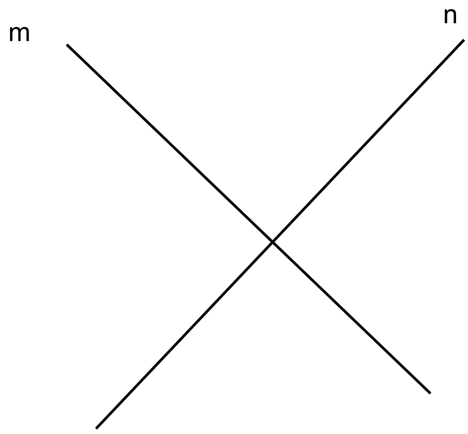
1. Dada a circunferência de centro O e a reta a, determine o ponto M, da circunferência que dista 15 mm de a.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

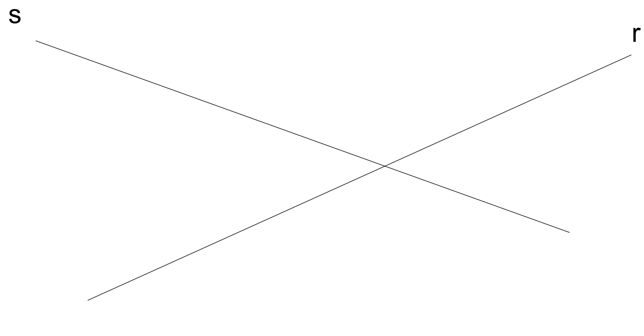
2. Dadas as retas m e n, determine os pontos P que distam 25 mm de m e 15 mm de n.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

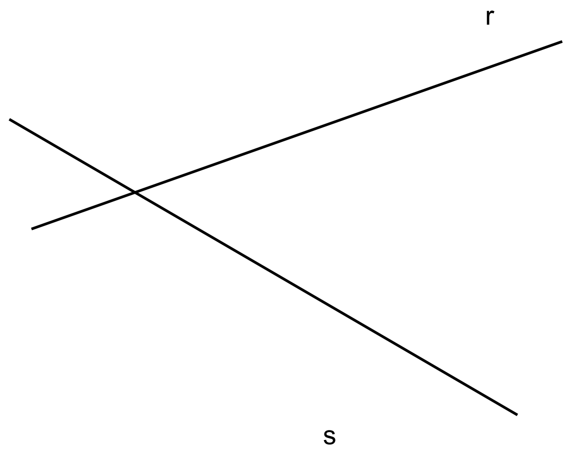
3. Dadas as retas r e s, determine o ponto A que equidista de r e s e dista 10 mm de r.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

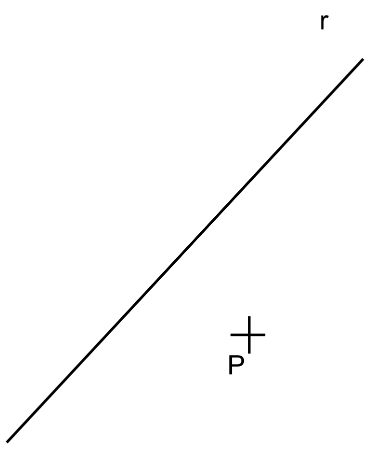
4. Represente a circunferência de centro O e raio igual a 15 mm que tangencia as retas r e s.



***Análise*:**

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

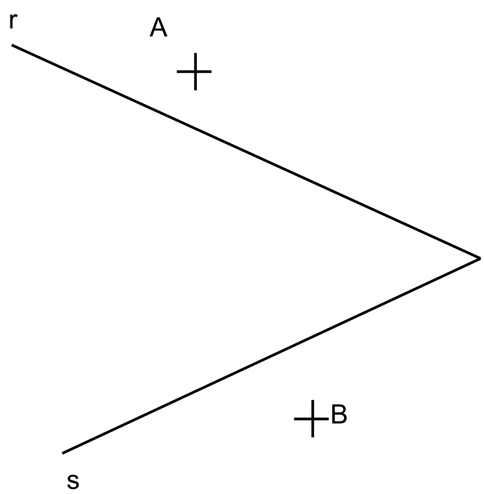
5. Determine o(s) ponto(s) A distante(s) 30 mm de P e 20 mm da reta r.



***Análise*:**

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

6. Trace a circunferência que passa por A e B e cujo centro eqüidista de r e s.

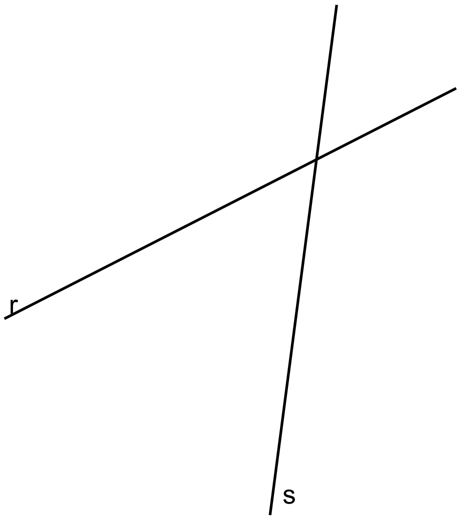


***Análise*:**

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

7. Determine o(s) ponto(s) P conforme os dados abaixo.

a) P dista 15 mm de r e
eqüidista de r e s



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

b) P eqüidista de A e B e
dista 25 mm de A

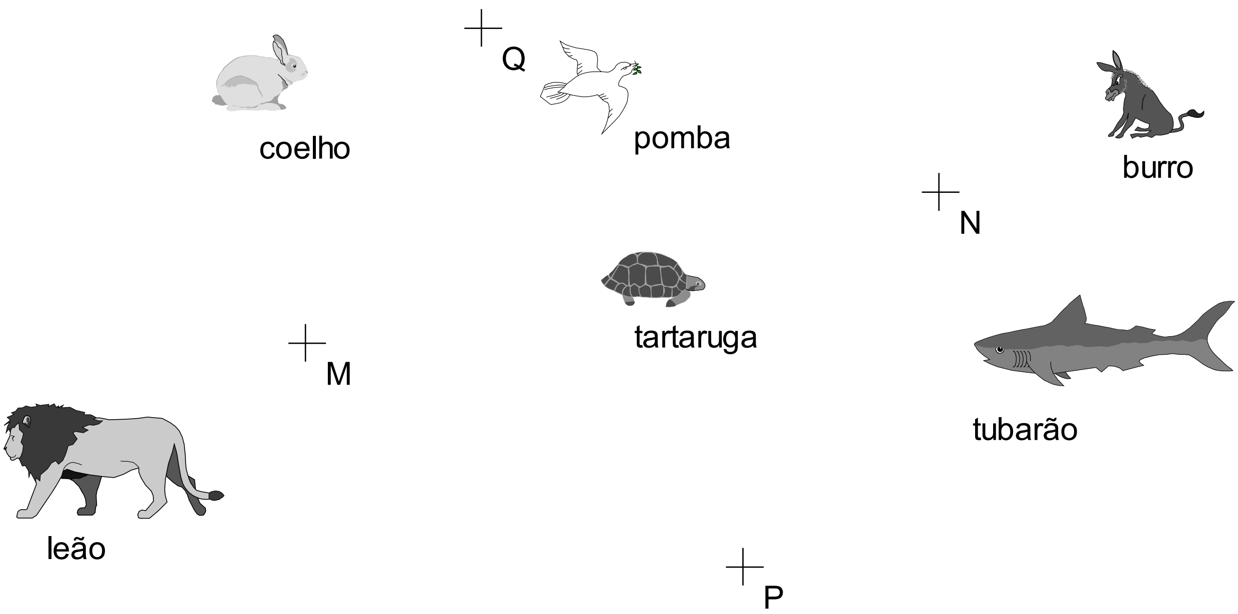
Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

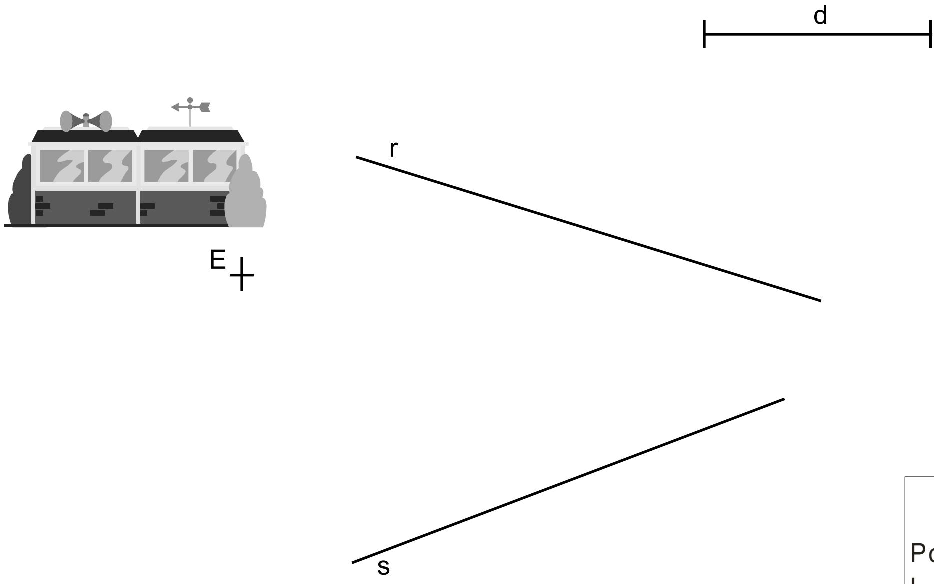
8. Qual é o bicho? Escreva o nome com letras do tipo bastão.
NÃO APAGUE O TRAÇADO DA DETERMINAÇÃO.

________________________: dista 35 mm do ponto M e eqüidista dos pontos N e P

________________________: dista 25 mm da reta MN e dista 30mm do ponto N



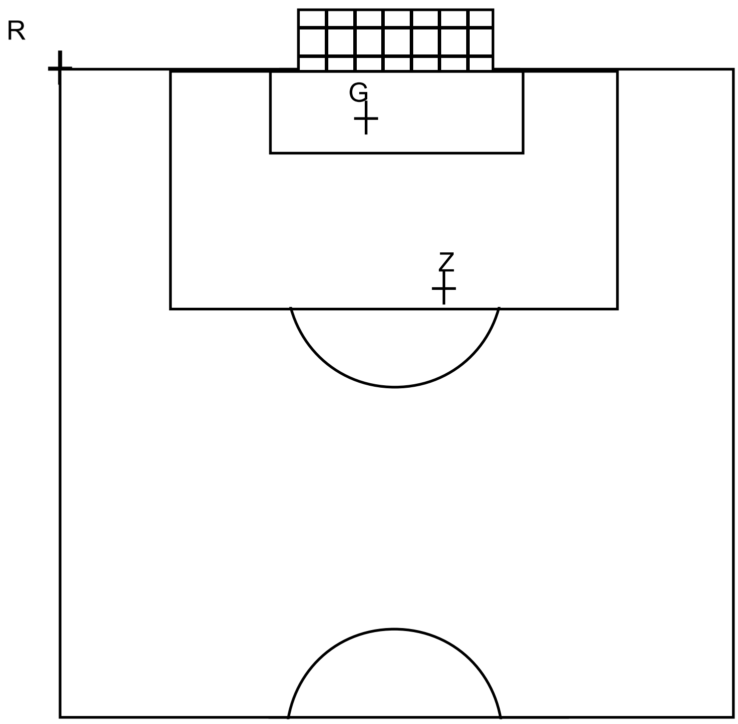
9. Determinar o local onde deve ser construída uma lanchonete L para melhor atender os moradores das ruas r e s e os alunos da escola E. Sabe-se que o local deve ter uma distância d da escola e eqüidistar das ruas. Quantas soluções há?



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

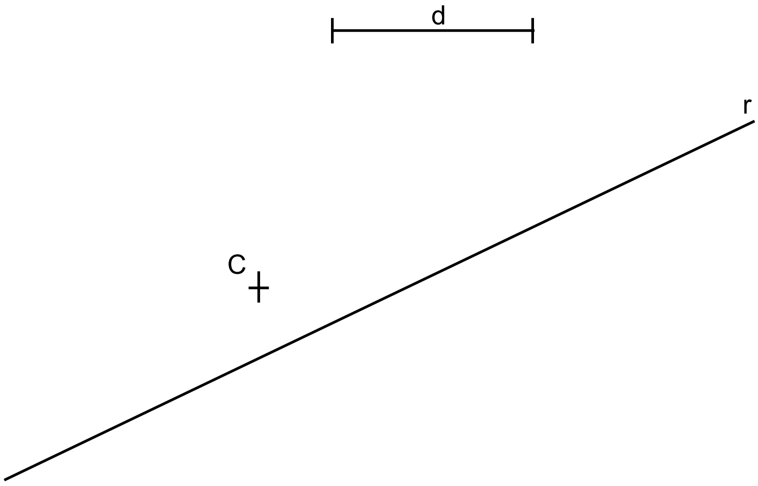
10. Determinar a posição do jogador **J** quando marcou um gol após a cobrança do escanteio. Sabe-se que ele estava equidistante do goleiro **G** e do zagueiro **Z** e distante 55 mm do cobrador do escanteio **R**.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

11. Determinar o local onde deve ser construído um prédio **P** sabendo que ele deve estar a uma distância **d** da casa **C** e da rua **r**.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

12. Complete as cruzadinhas.

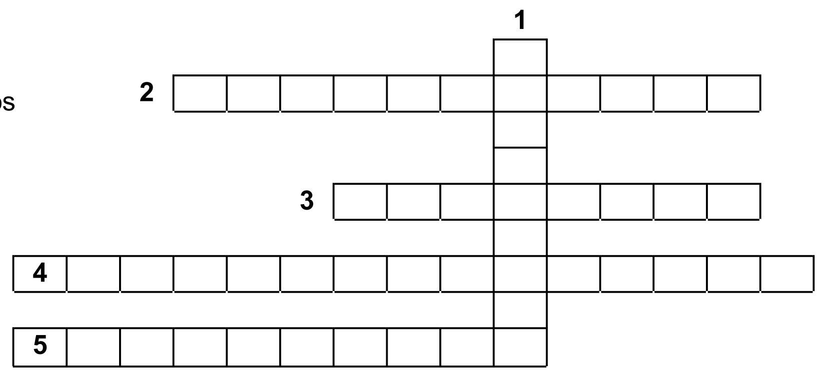
1 – Lugar geométrico dos pontos eqüidistantes de dois pontos.

2 – A circunferência é um LG porque todos os seus pontos possuem a mesma ....

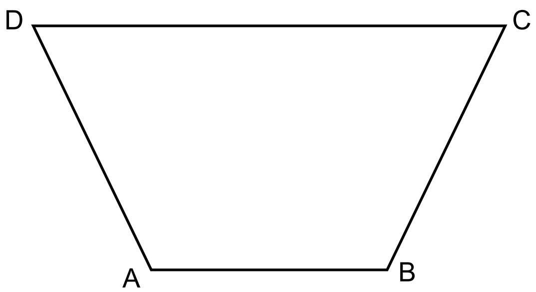
3 – O lugar geométrico dos pontos distantes de uma reta.

4 – Conjunto de pontos distantes de um ponto.

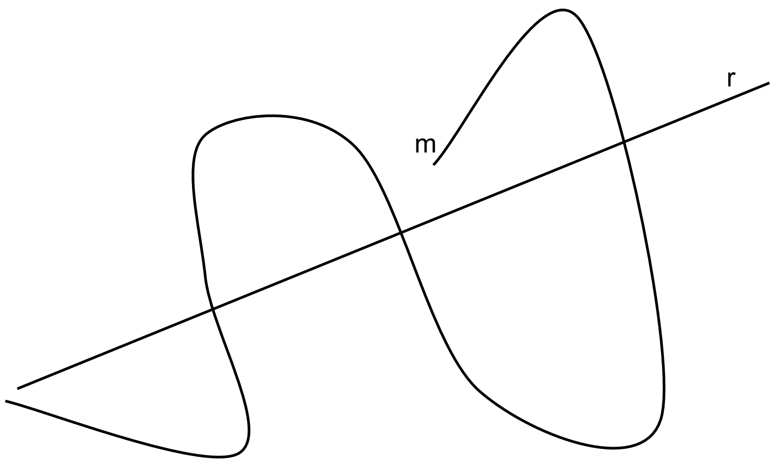
5 – LG dos pontos equidistantes de duas retas concorrentes.



13. Determinar o ponto F, no interior do polígono, que está a 20 mm do vértice B e equidistante dos lados DA e DC.

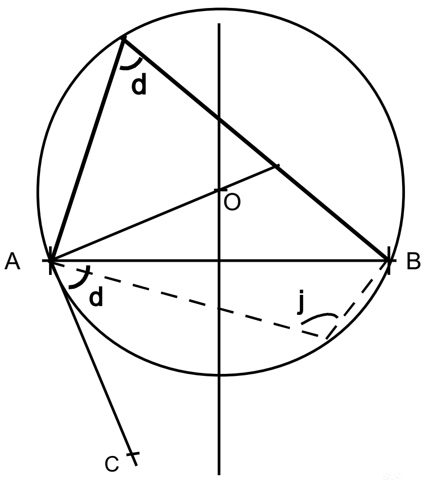


14. Determinar os pontos P pertencentes à linha **m** sabendo que eles distam 15 mm da reta **r**.



ARCO CAPAZ

Lugar geométrico de todos os pontos que 'enxergam' um determinado segmento pelo mesmo ângulo.



Teremos, na realidade um par de arcos.

O maior arco será o lugar geométrico dos pontos de onde é possível ver o segmento AB sob o mesmo ângulo formado pelos segmentos AB e AC .

O menor arco será o lugar geométrico dos pontos de onde é possível ver o segmento AB sob o ângulo que é o suplemento do ângulo formado pelos segmentos AB e AC.

$$j = 180^{o} - d$$

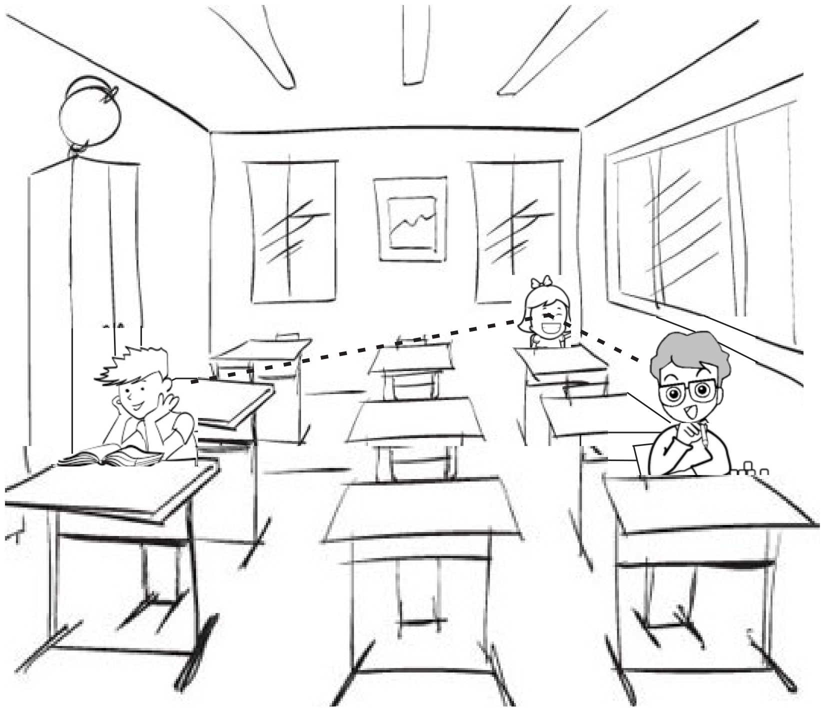
Como assim???

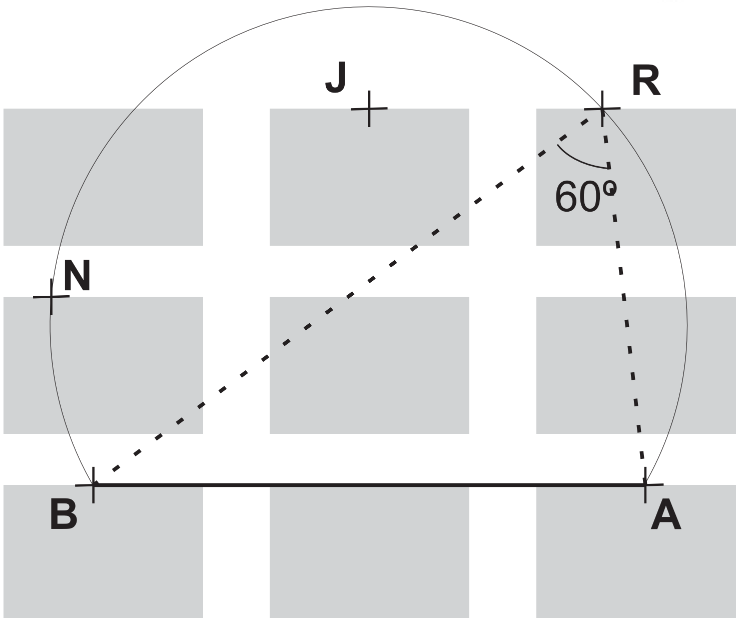
Observe o exemplo dado!

Ao lado temos a sala de uma turma do 8º ano.

Rejanny (R) está sentada no fundo da sala, enquanto Bruno (B) e Antony(A) estão bem na frente.

A menina enxerga o segmento formado pelos dois alunos sob um ângulo de 60º. Vamos ver melhor na figura abaixo:





Se a menina se levantasse e fosse sentar em outros lugares da sala ela continuaria vendo Antony (A) e Bruno (B), mas sob outros ângulos.

Faça o teste! Finja que Rejanny está no lugar J e construa o ângulo $\widehat{AJB}$. Veja como ele é diferente do ângulo $\widehat{ARB}$.

No entanto, se a aluna se movesse para qualquer ponto **do Arco Capaz de 60º** ela continuaria enxergando os meninos sob o mesmo ângulo, como por exemplo o lugar N.

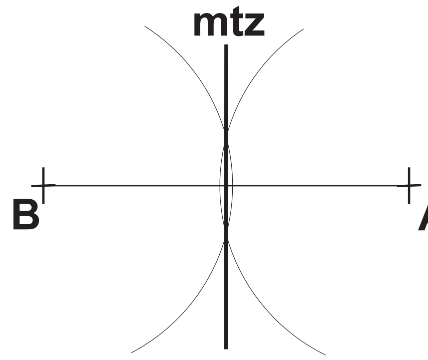
Faça o teste mais uma vez. Construa o ângulo $\widehat{ANB}$ e meça. Observe como mede 60º, igual ao $\widehat{ARB}$. Isso só acontece porque eles estão sobre o mesmo **Arco Capaz.**

Mas como se constrói esse Arco Capaz de 60º e qualquer outro Arco Capaz???

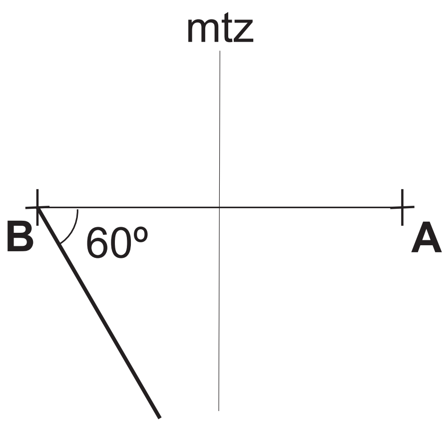
Vamos usar o exemplo anterior sabendo que esse **passo a passo** sempre funcionará com qualquer ângulo menor que 90º.

1º PASSO: ligar o segmento

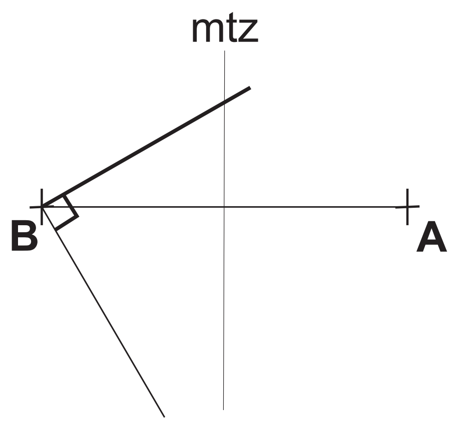
2º PASSO: construir a mediatriz do segmento



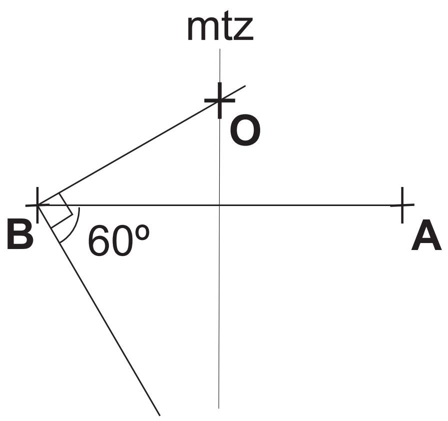
3º PASSO: traçar o ângulo usando o segmento como lado e um dos pontos como vértice



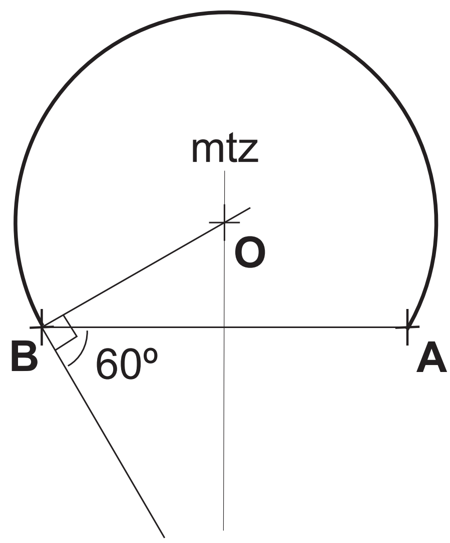
4º PASSO: traçar uma perpendicular com o lado feito.



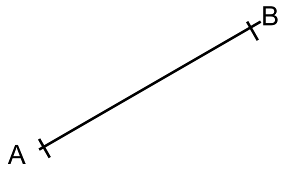
5º PASSO: marcar o centro (O) do Arco Capaz



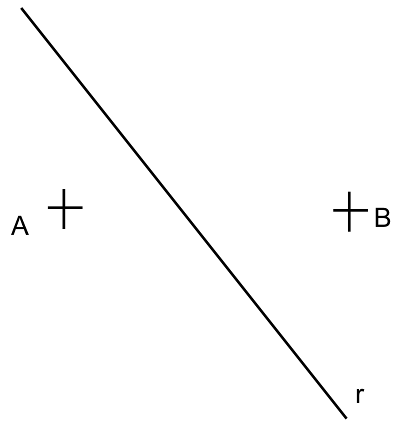
6º PASSO: traçar o Arco Capaz de centro O e raio OB.



1. Desenhar o lugar geométrico dos vértices dos ângulos de 60º de onde é possível ver o segmento AB.



2. Localizar na reta r, o vértice C do ângulo ACB de 50º.

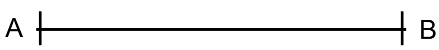


3. Construir o triângulo ABC, conhecendo os lados AB e AC e o ângulo C.
C = 45º
AC = 30 mm

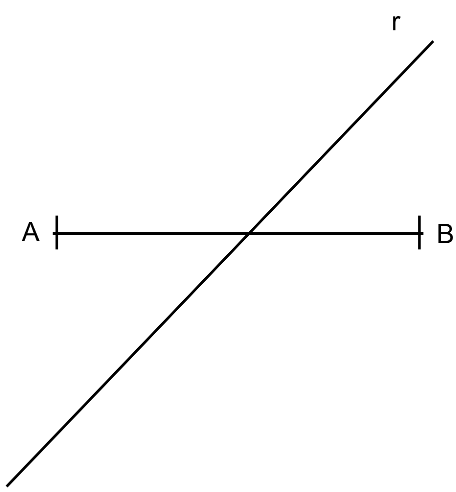
Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

4. Represente o lugar geométrico dos pontos de onde é possível ver o segmento AB sob um ângulo de 130º.



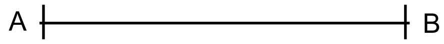
5. Determine o ponto P de onde é possível ver o segmento AB sob um ângulo de 115º. O ponto P dista 15 mm da reta r. Quantas soluções há?



Simplificando e analisando

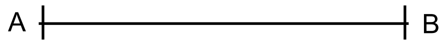
Arco capaz de 30º

O comprimento do segmento AB será igual à distância do ponto A ao ______________________ porque o triângulo AOB é ______________________



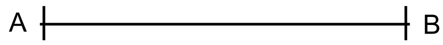
Arco capaz de 45º

A distância do centro da circunferência ao segmento AB é igual ______________________ __________________________________ .



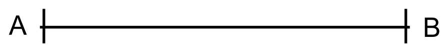
Arco capaz de 90º

O segmento AB será a ________________________ do triângulo retângulo, portanto o ponto médio de AB será __________________________________



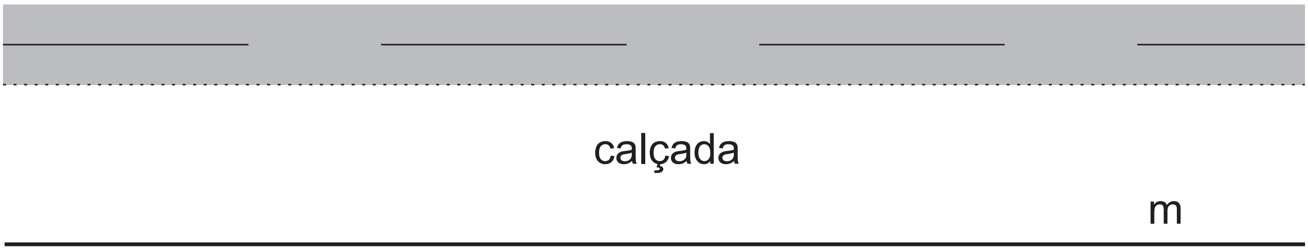
Arco capaz de 120º

O segmento AB será o ________________________ do triângulo equilátero formado por A, B e o _____________.
Neste caso o centro estará do lado oposto ao ________________________.



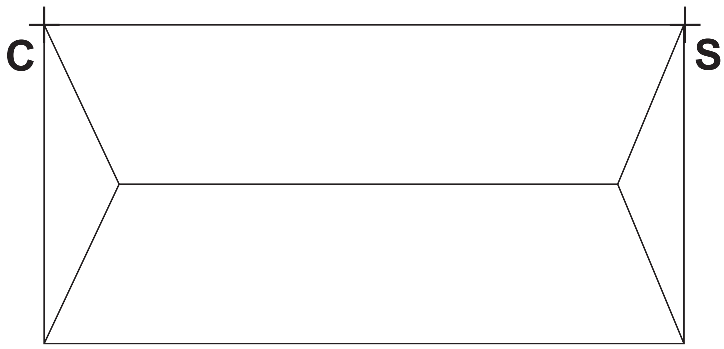
4. No muro (m) abaixo existe um buraco (B). Quem passa pela calçada e olha através dele consegue enxergar a fachada da casa CS sob um ângulo de 45º.

Determine graficamente todas as opções de onde está o buraco.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____



5. Quando um enunciado diz que: *um ponto X 'enxerga' um segmento YZ* ***sob um ângulo*** *de 30º,* podemos dizer que o lugar geométrico desse ponto X é:

(   ) Mediatriz dos pontos Y e Z - **mtz(YZ)**

(   ) Par de bissetrizes de 30º - **par btz (30º)**

(   ) Circunferência de centro Y e raio YZ - **Circ (Y; YZ)**

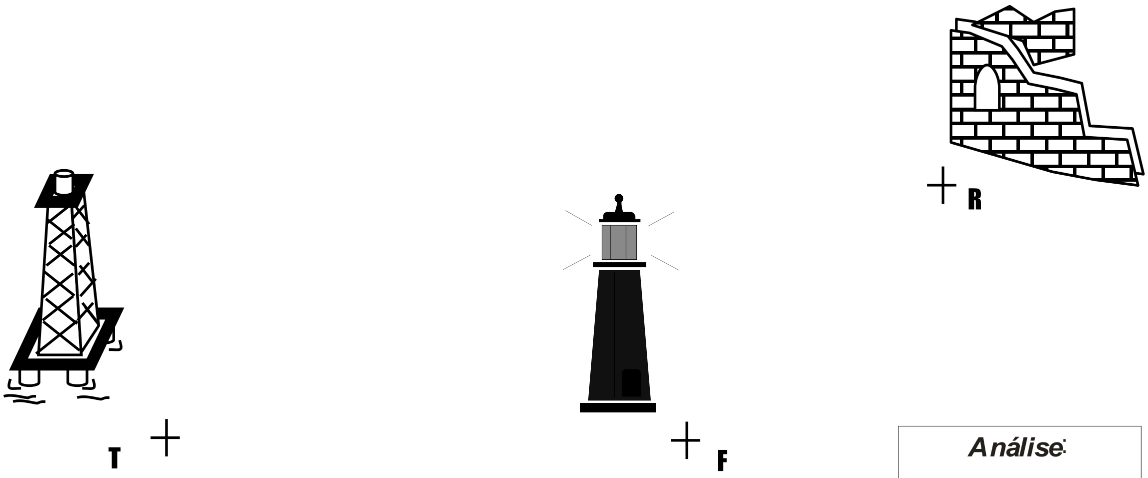
(   ) Arco Capaz de 30º do segmento YZ - **Ac (30º; YZ)**

6. Para estudar mais faça os exercícios da pág 17 da sua apostila! ;)

1. Um faroleiro em vigília foi contactado por um barco (B) em dificuldades que, logo após enviar sua mensagem, perdeu seu sistema de comunicação. Ao relatar a ocorrência, o faroleiro indicou o local exato, pois o marinheiro havia informado que podia ver o farol (F) e as ruínas do forte (R) segundo um ângulo de 60° e que via segundo um ângulo de medida 90° o farol e a torre de petróleo (T).

Localize o barco no momento da ocorrência.

(Jorge,S. Desenho Geométrico, vol.04,Ed.Saraiva)



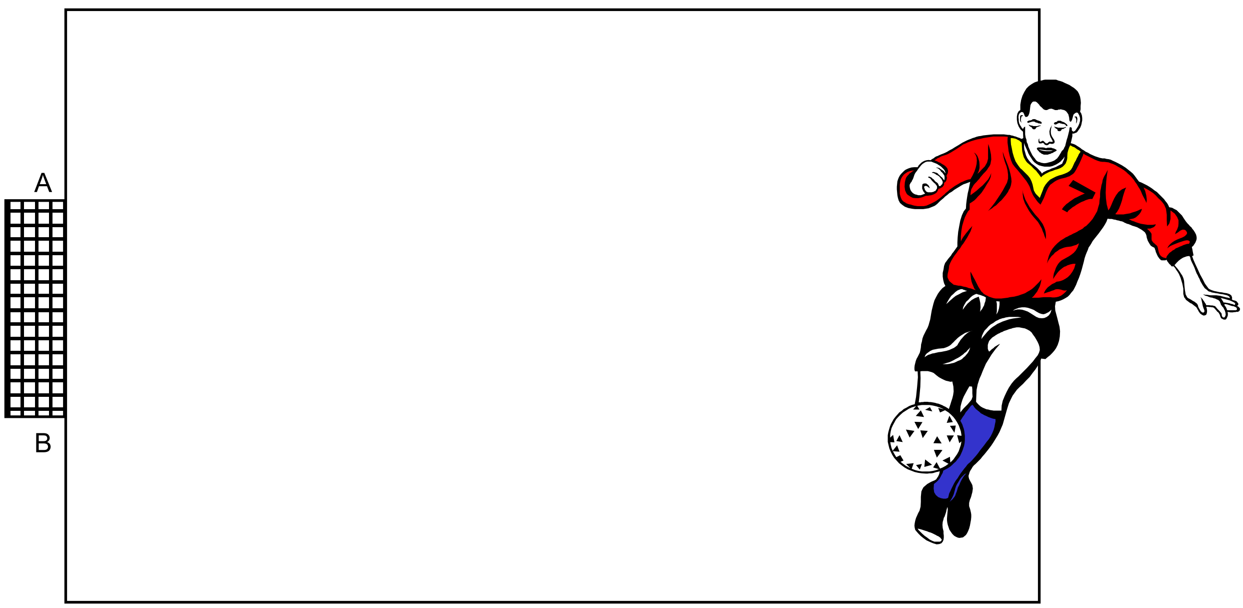
Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

2. João é um excelente cobrador de faltas. A posição ideal para a cobrança da falta, segundo João, é o local de onde ele possa ver o gol (AB) sob um ângulo de 30º e que esteja a 5m da linha de fundo.
Zé, companheiro de ataque de João, combinou de "cavar" uma falta durante o jogo. Em que lugar, Zé deve "cavar" a falta? Apresente uma solução.

1m = 0.5 cm

Rafael e Gustavo – turma 705/2002

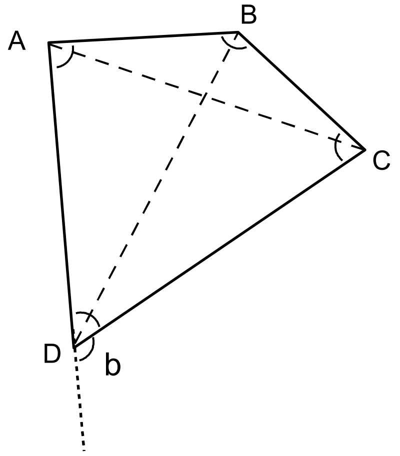


Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

QUADRILÁTEROS

Quadrilátero é o polígono que possui quatro lados. Todo quadrilátero apresenta:



Lados – $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$

Vértices – A, B, C, D.

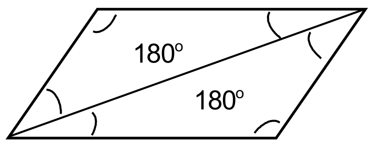
Diagonais - $\overline{AC}$, $\overline{BD}$

Ângulos internos – $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$.

Ângulos externos – $\hat{b}$, ...

▸ ***A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.***

- todo quadrilátero pode ser dividido em dois triângulos.
- a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°.

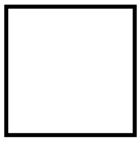


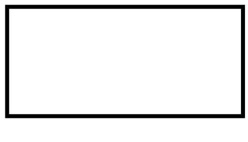
CLASSIFICAÇÃO DOS QUADRILÁTEROS

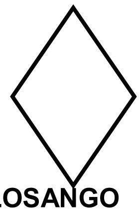
Os quadriláteros são classificados de acordo com a posição relativa de seus lados.

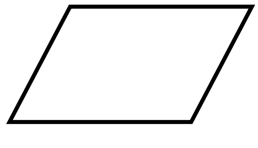
- ***PARALELOGRAMOS*** – possuem os pares de lados opostos paralelos
- ***TRAPÉZIOS*** – possuem somente dois lados paralelos.
- ***TRAPEZÓIDES ou QUADRILÁTEROS QUAISQUER OU GENÉRICOS*** – não possuem lados paralelos.

PARALELOGRAMOS


QUADRADO


RETÂNGULO


LOSANGO

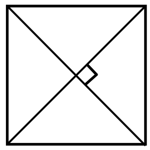

PARALELOGRAMO

▸ ***Propriedades Gerais***

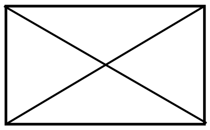
- Possuem lados opostos paralelos e congruentes.
- Ângulos opostos congruentes.
- As diagonais se cortam no ponto médio.
- Dois ângulos consecutivos são suplementares (somam 180°).

▸ ***Propriedades Particulares***

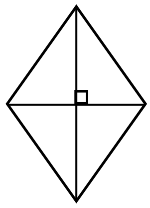
• **QUADRADO**
Lados congruentes.
Diagonais congruentes e perpendiculares. As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.
Quatro ângulos retos.



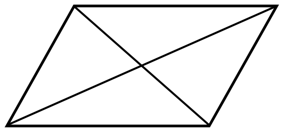
• **RETÂNGULO**
Diagonais congruentes. As diagonais **não** dividem os ângulos em duas partes iguais.
Quatro ângulos retos.



• **LOSANGO**
Lados congruentes.
Diagonais diferentes e perpendiculares. As diagonais são bissetrizes dos ângulos internos.



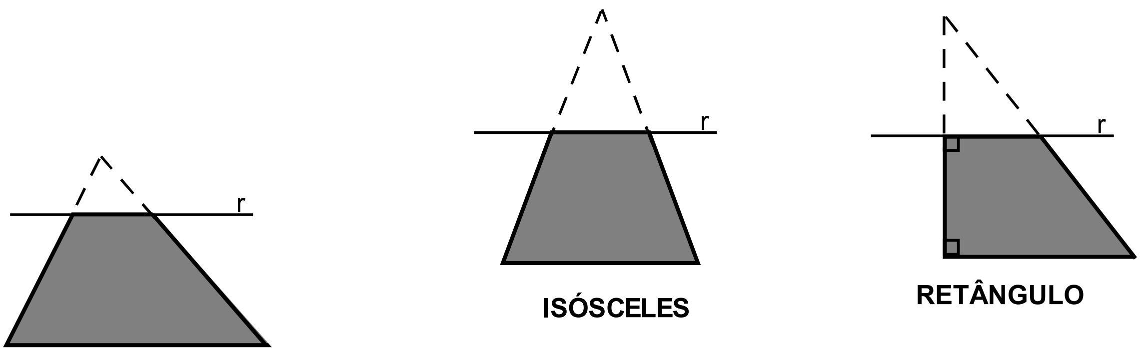
• **PARALELOGRAMO**
Diagonais diferentes. As diagonais **não** dividem os ângulos em duas partes iguais.



TRAPÉZIOS

▸ ***Propriedade Geral***

• Possuem somente dois lados opostos paralelos chamados de bases (maior e menor). Se traçarmos uma reta paralela a um dos lados dos triângulos escaleno, à base do triângulo isósceles ou a um dos catetos do triângulo retângulo, a figura resultante será cada um dos trapézios mencionados abaixo, respectivamente.

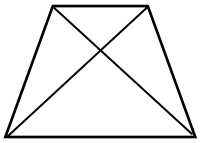


ISÓSCELES **RETÂNGULO**

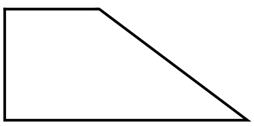
ESCALENO

▸ ***Propriedades Particulares***

• **TRAPÉZIO ISÓSCELES**
Os lados não paralelos são congruentes.
Os ângulos adjacentes a cada uma das bases são congruentes.
As diagonais são congruentes.

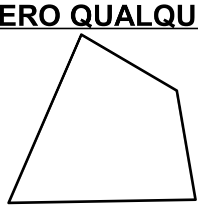


• **TRAPÉZIO RETÂNGULO**
Dois ângulos retos



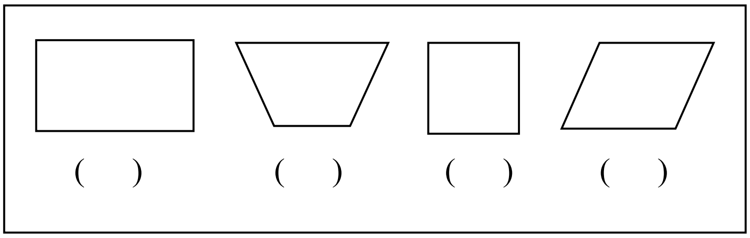
TRAPEZÓIDES ou QUADRILÁTERO QUALQUER

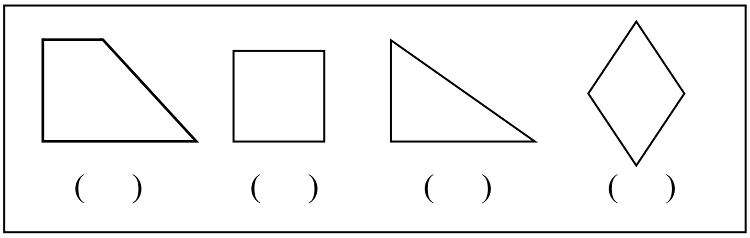
Não possuem lados paralelos.



Exercícios

1. Em cada grupo de figuras existe uma que apresenta alguma característica que a diferencia das demais. Assinale a figura e escreva, com letras bastão maiúsculas, qual é a característica.





2. De acordo com as informações dadas junto a cada caixa, escreva qual ou quais quadriláteros podem estar dentro das caixas. Respostas com letras bastão maiúsculas.

- Diagonais perpendiculares
- Lados congruentes

- Diagonais iguais
- Ângulos internos iguais

- Diagonais diferentes e perpendiculares
- Ângulos opostos iguais

3. Falso ou verdadeiro?

(   ) Todos os paralelogramos possuem lados opostos paralelos e congruentes.

(   ) O quadrado é o único paralelogramo que possui diagonais perpendiculares.

(   ) O losango e o quadrado possuem diagonais iguais.

(   ) O retângulo possui quatro ângulos congruentes.

(   ) O trapézio retângulo possui somente um ângulo reto.

(   ) O trapézio isósceles possui ângulos opostos iguais.

(   ) O trapezóide não possui lados iguais.

(   ) As diagonais do retângulo se cortam no ponto médio.

(   ) As diagonais dividem um quadrado em quatro triângulos iguais.

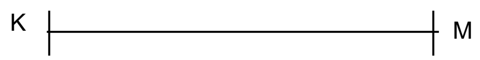
(   ) Os ângulos adjacentes a qualquer um dos lados de um paralelogramo são suplementares.

4. Construa:

a) quadrado ABCD de 30 mm de lado.

b) retângulo DEFG de lados 25 mm e 50 mm.

c) losango KLMN sendo dada uma das diagonais e sabendo que o lado mede 35 mm.



d) paralelogramo DEFG cujos lados medem 50 mm e 30 mm, e o ângulo D mede 60º.

e) quadrilátero ABCD, sabendo que:
diagonal BD = 55 mm
ângulo ABD = 30º
ângulo BDC = 60º
lado AD = 40 mm
lado CD = 30 mm

Análise:

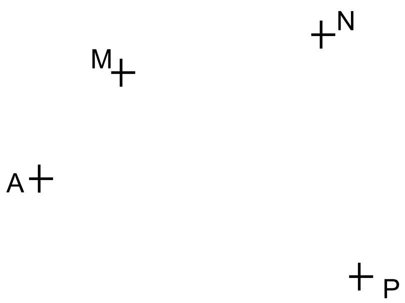
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

f) paralelogramo DEFG sendo dados:
$\overline{DE}$ = 30 mm $\overline{EF}$ = 50 mm $\overline{EG}$ = 65 mm

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

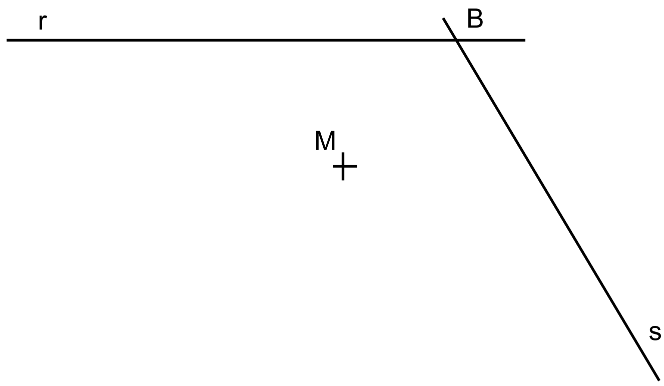
g) quadrilátero ABCD, sabendo que o vérticeA e os pontos M, N e P, médios dos lados AB, BC e CD, respectivamente.
(Putnoki,J.C. Desenho Geométrico., vol 1, Ed. Scipione,1991)



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

h) paralelogramo ABCD, dadas as retas r e s, suportes de $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, respectivamente e o ponto M, interseção das diagonais.
(Putnoki,J.C. Desenho Geométrico., vol 1, Ed. Scipione,1991)



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

i) retângulo LMNP cujo lado $\overline{LM}$ mede 30 mm e a diagonal LN mede 55 mm.

j) quadrado PQRS sabendo que $\overline{PR}$ mede 55 mm.

k) trapézio isósceles ABCD
AB - base maior = 50 mm
AD = 25 mm
Â = 70º

Análise:

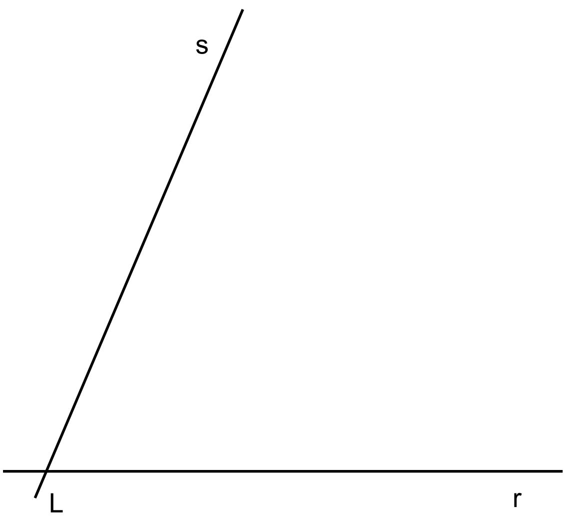
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

l) trapézio retângulo LMNP
LM – base maior = 60 mm
LP = 30 mm
M = 45º

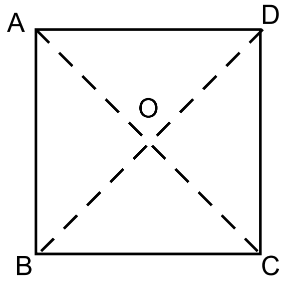
Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

m) trapézio isósceles LMNP sabendo que:
LM pertence à reta r e mede 60 mm
LP pertence à reta s e mede 30 mm



6. Sobre o quadrado ABCD, o que é **errado** afirmar?



a) o triângulo DOC é retângulo.

b) o triângulo AOD é isósceles.

c) o triângulo BCD é eqüilátero.

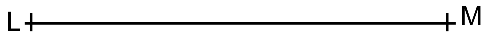
d) o triângulo ABO é congruente ao triângulo BCO.

7. Construa o losango ABCD cujo lado AB mede 40 mm e a medida do ângulo formado por este lado e a diagonal é igual a 30º.

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

8. Construa o paralelogramo LMNO sendo dados LM e sabendo que o ângulo M mede 110º e a diagonal LN é igual a 70 mm.



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

9. Construa o trapézio retângulo ABCD.
Base AB = 50 mm
Diagonal AC = 45 mm
R = 55º
Mostre todas as soluções possíveis.

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

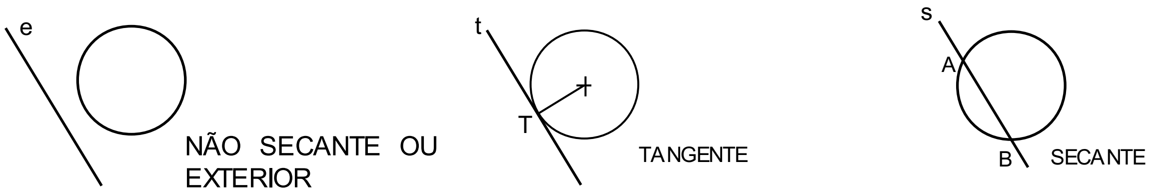
10. Construa o quadrilátero ABCD inscrito em uma circunferência de raio igual a 30 mm sendo dados dois de seus vértices e as medidas dos lados AD = 50 mm e DC = 45 mm.

Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

TANGÊNCIA E CONCORDÂNCIA – RETA E CURVA

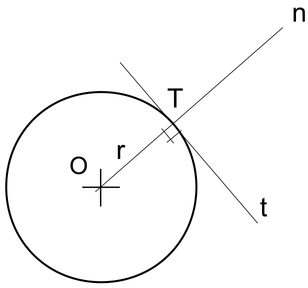
Antes de falar em tangência vamos lembrar as posições relativas entre uma reta e uma circunferência. Elas variam de acordo com os pontos em comum entre esses elementos. Observe os desenhos.



➢ *Tangência entre uma reta e uma circunferência ou círculo.*

Quando uma circunferência e uma reta são tangentes, o raio da circunferência é sempre perpendicular à reta no ponto de tangência.
Reta normal – sempre perpendicular à reta tangente. Na circunferência o raio pertence à normal.

T – ponto de tangência
t – reta tangente
r – raio
n – reta normal



Exercício

1. Responda as questões abaixo:

a) Quando uma reta e um círculo são tangentes entre si? ____________________

b) Quando uma reta e um círculo são secantes entre si? ____________________

c) Quando uma reta e um círculo são externos entre si? ____________________

d) Qual a condição entre a reta tangente a um círculo e o raio desse círculo no ponto de tangência? ____________________

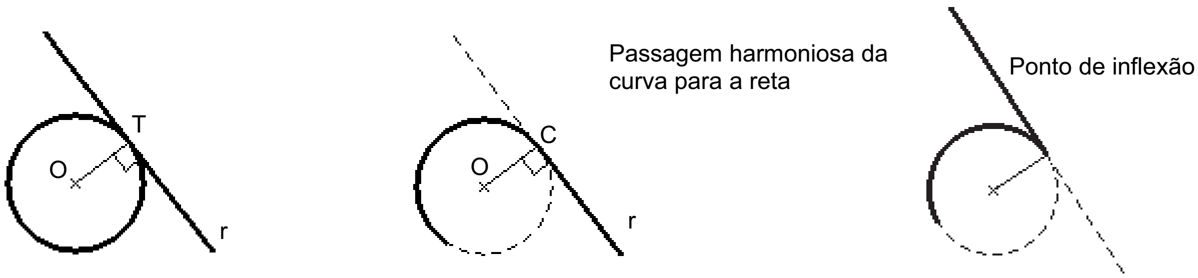
➢ *Concordância entre uma semirreta/segmento de reta e um arco*

Concordar duas linhas (reta e curva) é reuni-las de tal forma que nos pontos de contato se possa passar de uma para a outra sem ângulo, sem quebra de continuidade. Para que isto aconteça, o arco e a semi-reta terão que ser tangentes.

A concordância entre arco e semi-reta ou segmento de reta tem, portanto, como base a tangência. Vejamos:

- o ponto de tangência se torna ponto de concordância;
- o centro da circunferência se torna o centro do arco;
- o raio da circunferência é agora o raio do arco.
-

➢ ***O importante é não esquecer que o raio é sempre perpendicular à reta na tangência ou à semi-reta/segmento de reta na concordância.***



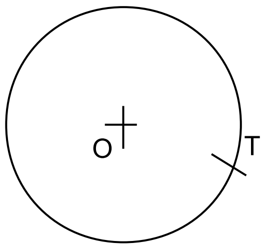
TANGÊNCIA

NÃO HÁ CONCORDÂNCIA
(DISCREPÂNCIA)

Exercícios

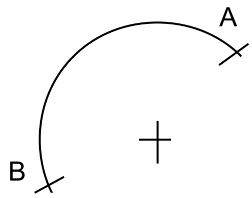
TANGÊNCIA

1. Trace a reta t tangente à circunferência de centro O no ponto T.

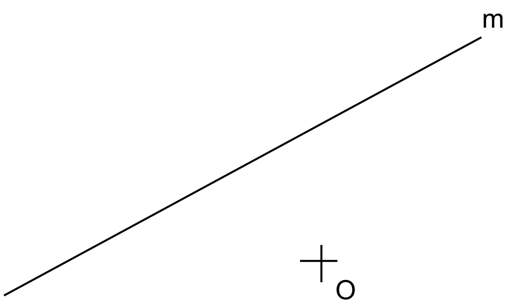


CONCORDÂNCIA

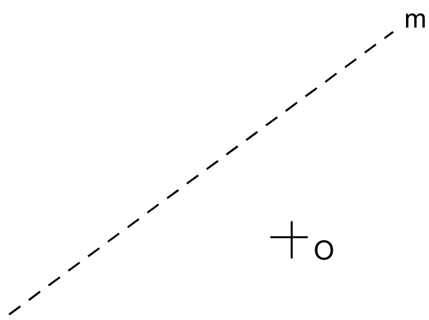
2. Trace a semi-reta Ar concordante com o arco AB.



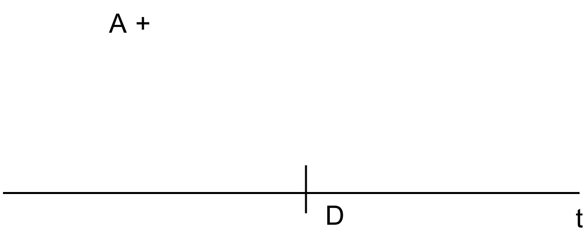
3. Dada a reta m e o centro O, trace a circunferência tangente à reta m.



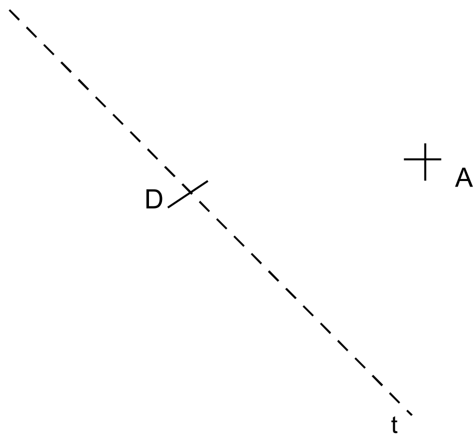
4. Dada a reta m, trace o arco de centro O concordante com a reta. Não esqueça de reforçar qual a semi-reta que responde ao exercício.
Direção do arco a critério do aluno.



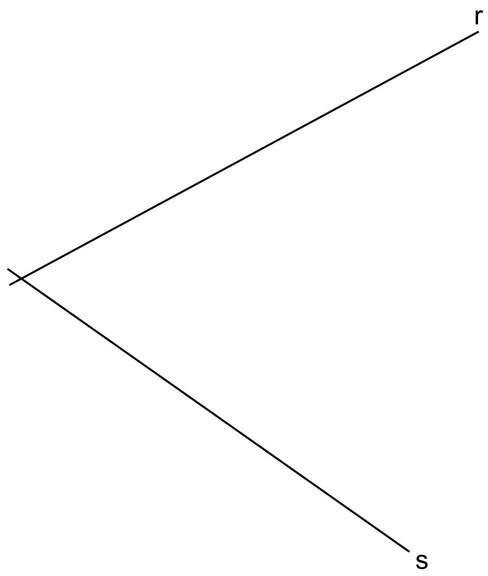
5. Trace a circunferência tangente à reta t no ponto D e que passa pelo ponto A.



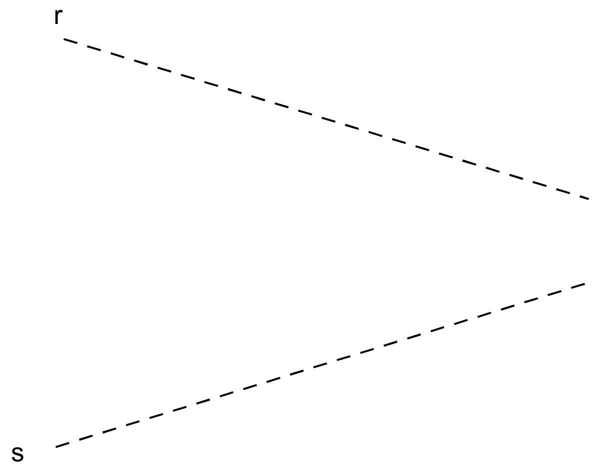
6. Trace o arco de circunferência concordante com a reta t no ponto D e que passa pelo ponto A.
Reforce a semi-reta que responde à questão.



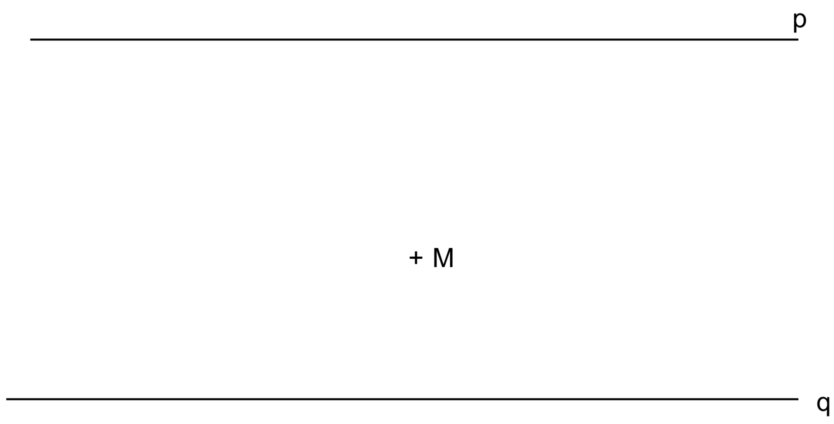
7. Dadas as retas concorrentes r e s, represente a circunferência de centro O e raio igual a 15 mm tangente às duas retas. Determine os pontos T de tangência.



8. Concorde um arco de centro O e raio igual a 15 mm com as duas retas concorrentes r e s. Determine os pontos C de concordância e reforce as semi-retas que atendem à solução da questão.



09. Construa uma circunferência tangente às retas p e q sabendo que o ponto M pertence à circunferência. Quantas soluções existem? ______



Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

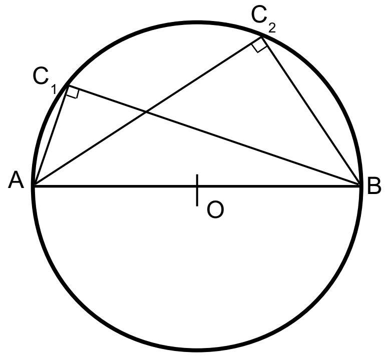
10. Represente a circunferência de centro M tangente à reta n e que passa pelo ponto A.
AM = 20 mm

Análise:

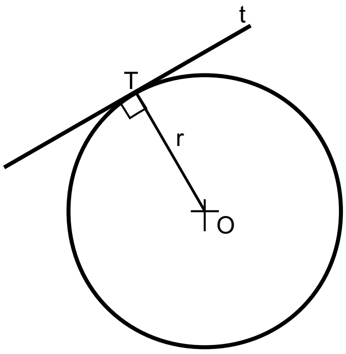
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

TANGÊNCIA E CONCORDÂNCIA – PONTO EXTERNO

➢ ***Relembrando Arco Capaz***



A semicircunferência é o arco capaz de um ângulo de 90°, ou seja, se você unir qualquer ponto da semicircunferência aos extremos do diâmetro, o ângulo formado pelos segmentos(cordas) será sempre 90°.
O segmento AB é o diâmetro da circunferência e hipotenusa do triângulo.

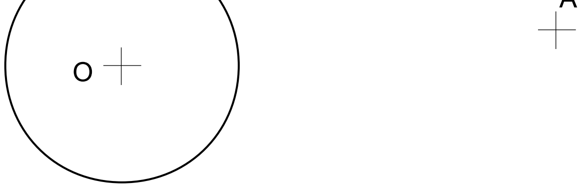


Lembre, também, que a tangente faz 90° com o raio da circunferência.

Com essas duas propriedades você pode resolver os exercícios abaixo.

TANGÊNCIA

1a. Trace pelo ponto A as retas r e s tangentes à circunferência. Determine os pontos de tangência T.

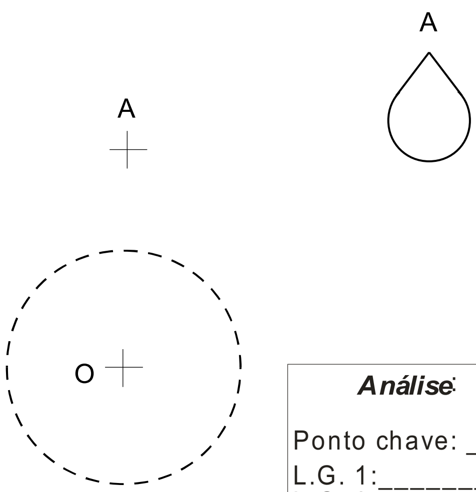


Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

CONCORDÂNCIA

1b. Complete o desenho conforme o modelo dado.

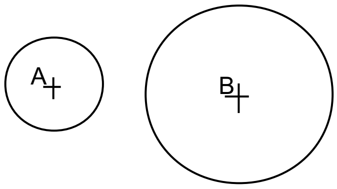


Análise:

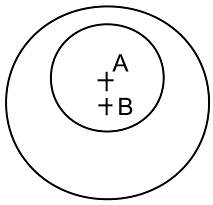
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

TANGÊNCIA E CONCORDÂNCIA ENTRE CURVAS

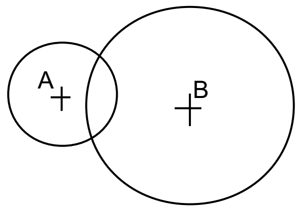
➢ ***POSIÇÕES RELATIVAS DE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS***



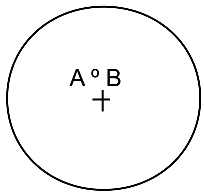
EXTERIORES



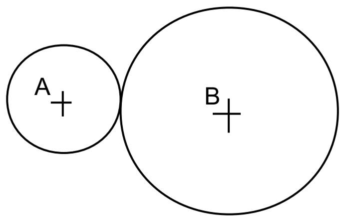
INTERIORES



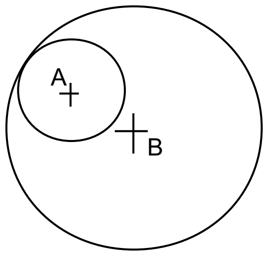
SECANTES



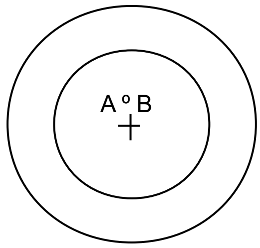
COINCIDENTES



TANGENTES EXTERIORES



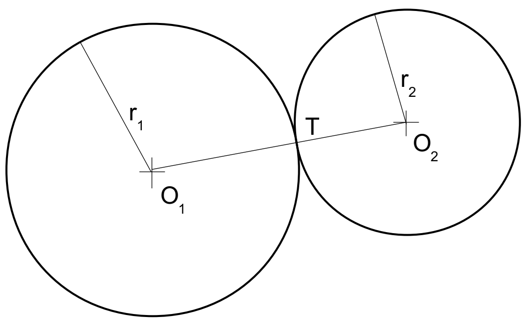
TANGENTES INTERIORES



CONCÊNTRICAS

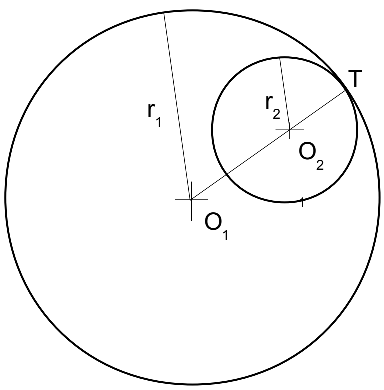
➢ ***Tangência entre circunferências***

O_1 e **O_2** - centros das circunferências
T - ponto de tangência
r_1 e **r_2** - raios das circunferências



Observe os desenhos e complete as lacunas.

3. Os pontos **O_1**, **T**, **O_2** estão ___________________________
4. A distância entre os centros **O_1** e **O_2** é igual a _______________



1. Os pontos **O_1**, **T**, **O_2** estão ___________________________
2. A distância entre os centros **O_1** e **O_2** é igual a _______________

Nos dois casos existe uma propriedade importante:

➢ ***Os centros das circunferências e o ponto de tangência pertencem à mesma reta.***

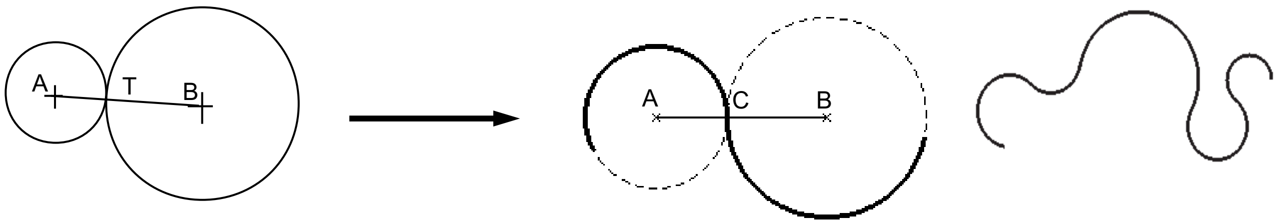
➢ ***Concordância entre arcos***

Concordar dois arcos, de mesmo sentido ou não, é reuni-los de tal forma que nos pontos de contato se possa passar de um para outro sem quebra de continuidade, harmoniosamente.

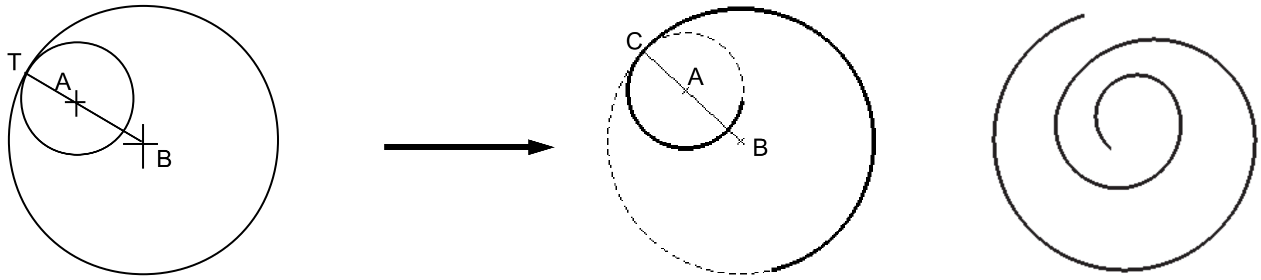
A concordância entre arcos também tem como base a tangência. O que é ponto de tangência passa a ser ponto de concordância.

➢ ***O importante é não esquecer que os centros dos arcos e o ponto de concordância pertencem à mesma reta.***

Circunferências tangentes exteriores
Concordância de arcos de sentidos opostos



Circunferências tangentes interiores
Concordância de arcos de mesmo sentido

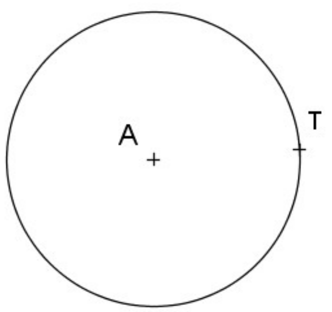


Exercícios

TANGÊNCIA

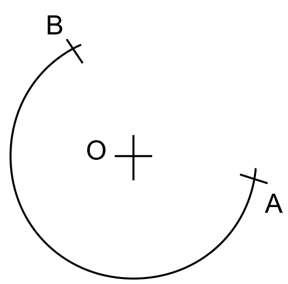
1. Trace a circunferência de centro O e raio igual a 15 mm tangente exterior à circunferência dada abaixo.

T – ponto de tangência



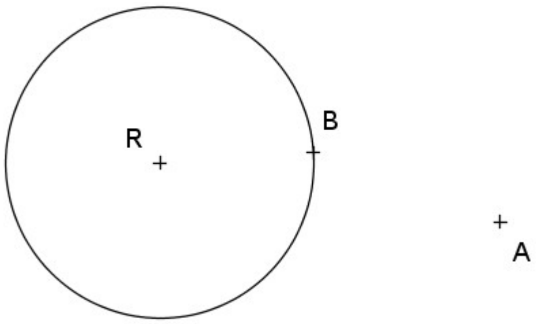
CONCORDÂNCIA

2. Faça a concordância entre o arco abaixo com outro arco AC de raio igual a 15 mm e de sentido contrário ao arco dado.

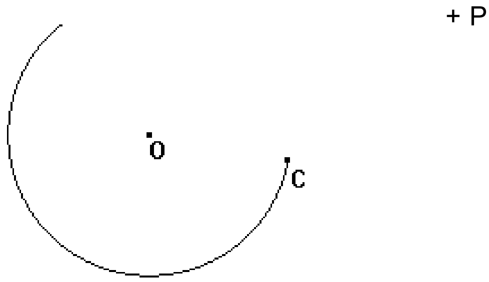


3. Construa um círculo tangente externo ao círculo de centro R, de modo que passe pelos pontos A e B.

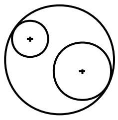
B - ponto de tangência.

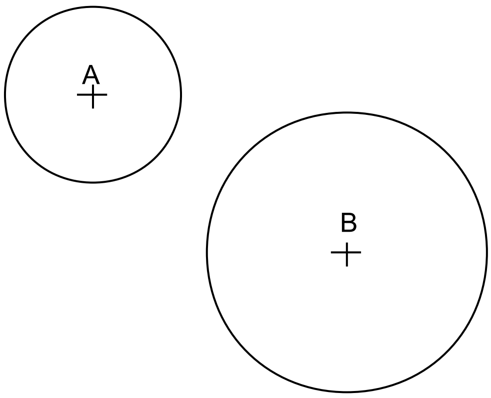


4. Concorde o arco dado com outro arco que passa pelos pontos C e P.



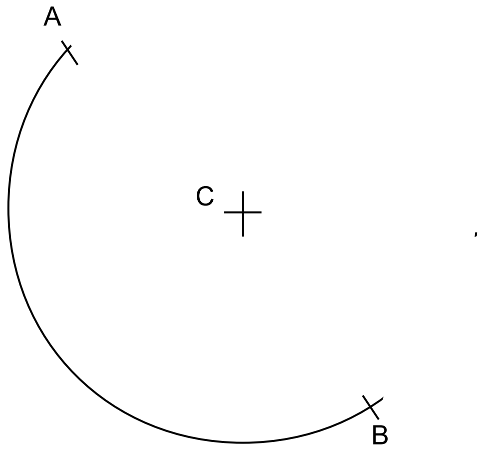
5. Represente a circunferência de centro M de modo que as circunferências dadas abaixo sejam tangentes internas.



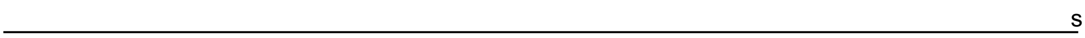


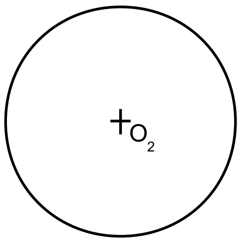
6. Construa um arco BP com raio igual a 20 mm que seja concordante com o arco AB dado.

BP tem o mesmo sentido que **AB**



7. Represente a circunferência de centro O e raio igual a 20 mm, sabendo que ela tangencia a circunferência O_2 e a reta s.





***Análise*:**

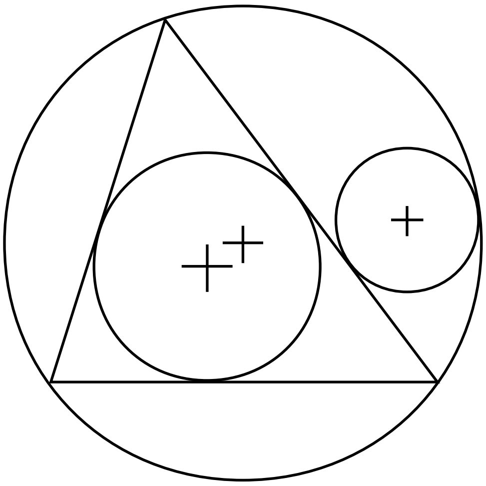
Ponto chave: ___

L.G. 1:_________

L.G. 2:_________

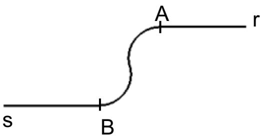
Nº de sol.: _____

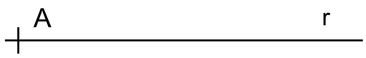
8. Localize os pontos de tangência T_1, T_2, T_3, , T_4, ...



9. Reproduzir os desenhos abaixo.

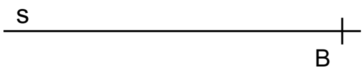
a) os arcos são congruentes.



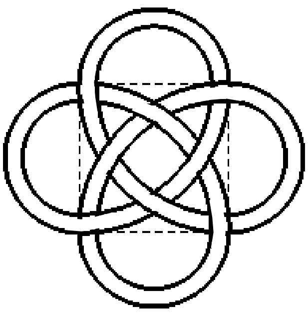


Análise:

Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____



b) Lado do quadrado = 5 cm
Largura entre os arcos = 0.7 cm

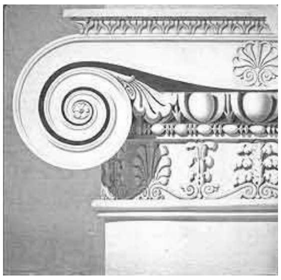


Análise:

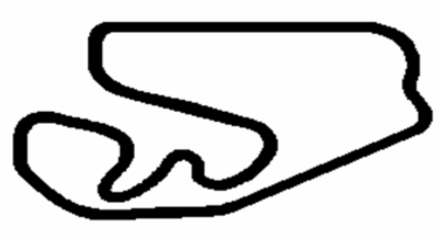
Ponto chave: ___
L.G. 1:_________
L.G. 2:_________
Nº de sol.: _____

APLICAÇÕES DA CONCORDÂNCIA

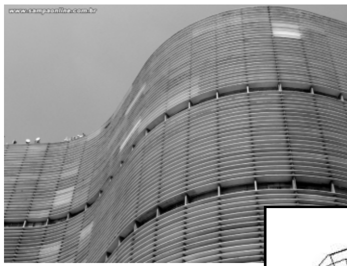
É ampla a aplicabilidade da concordância de linhas: desenhos de máquinas, objetos, detalhes arquitetônicos, estradas, pistas de corridas. Encontramos, também, na natureza exemplos de concordância.

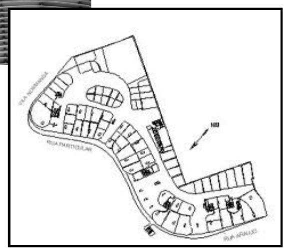


Detalhe de um capitel arquitetônico clássico

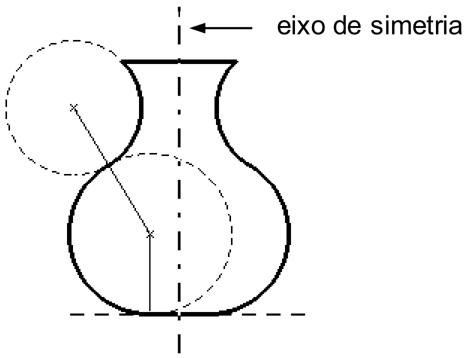


Pista de Interlagos - SP

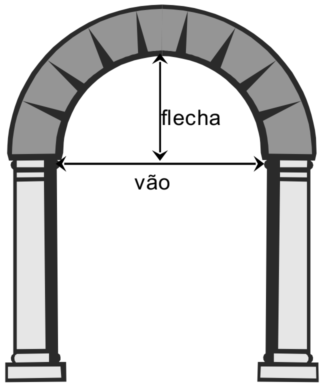




Edifício Copan - SP



➢ ***Arcos Arquitetônicos***



Arcos são elementos muito utilizados na construção de pontes, torres e na abertura de espaços como janelas, portas e vãos, conferindo estilo aos projetos arquitetônicos.

Elementos:
Vão ou abertura – distância entre os suportes
Flecha – distância entre o meio do vão e o arco

➢ **<u>ARCO ROMANO ou PLENO</u>**

Os arcos romanos destacam-se como elemento predominante na estrutura dos aquedutos. A técnica de construção desses arcos remonta aos etruscos, porém os romanos a dominaram perfeitamente permitindo que construíssem edificações muito altas e não apenas aquedutos.

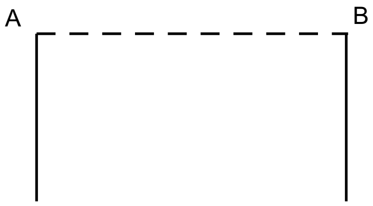
Coliseu
Roma – 72 d.C

Arcos da Lapa
Rio de Janeiro - 1750

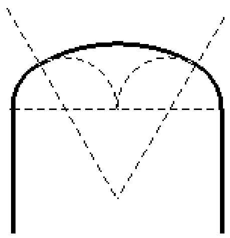
➢ **<u>ARCO OGIVAL</u>**

Arco adotado na arquitetura gótica nos séculos XII, XIII e XIV. Sua aplicação tornou possível realizar grandes aberturas nas paredes.

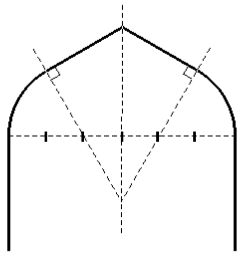
Catedral de Reims - França



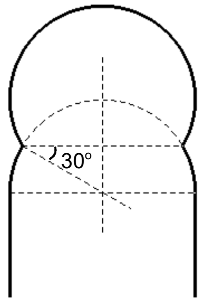
- ***Exemplos de outros arcos arquitetônicos***



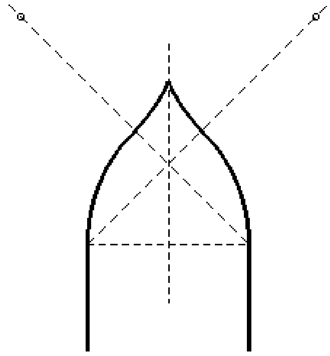
Arco abatido ou asa de cesto



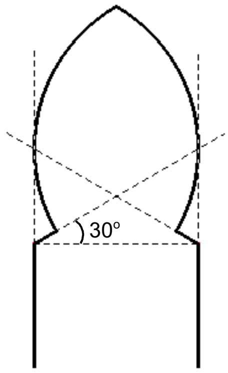
Arco otomano



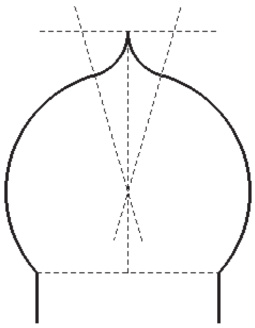
Arco ferradura



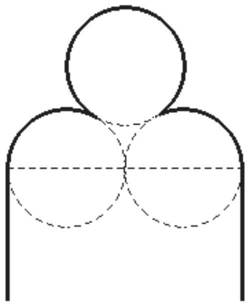
Arco gótico



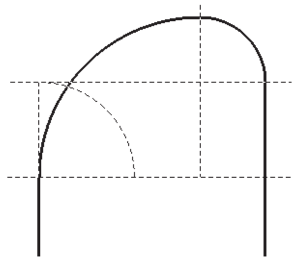
Arco mourisco



Arco bulbiforme



Arco trilobado



Arco botante