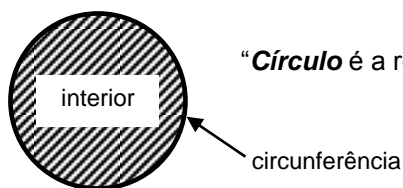


# CÍRCULO E CIRCUNFERÊNCIA DE CÍRCULO



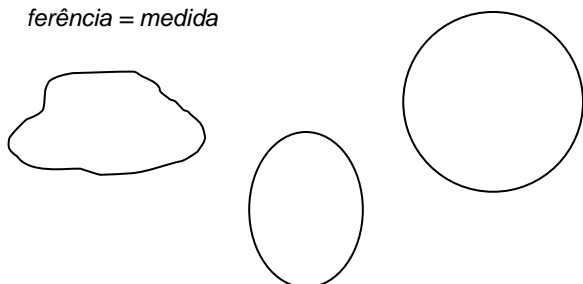
“**Círculo** é a reunião de uma circunferência com o seu interior.”  
(Putnoki, J. D. Geom. Vol.1, Ed. Scipione)



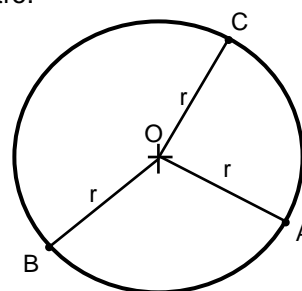
## ◆ CONCEITOS

**Circunferência** é qualquer curva plana fechada.

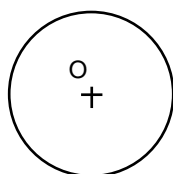
*circum = em volta de*  
*ferência = medida*



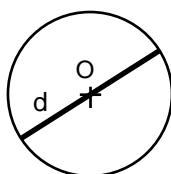
**Circunferência de círculo** é um lugar geométrico onde todos os pontos equidistam de um ponto fixo chamado centro.



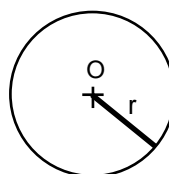
## ◆ ELEMENTOS



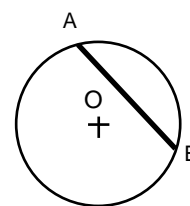
Centro



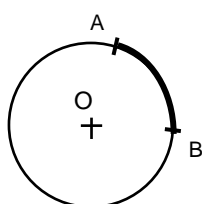
Diâmetro



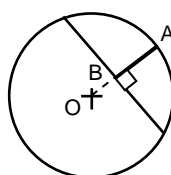
Raio



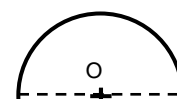
Corda  $\overline{AB}$



Arco  $\widehat{AB}$



Flecha  $\overline{AB}$



Semicircunferência

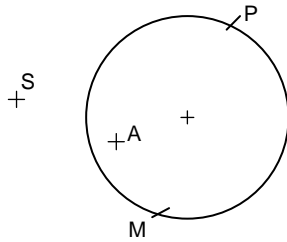
- A medida do diâmetro ( $d$ ) é igual ao dobro da medida do raio ( $r$ ).  $\longrightarrow d = 2r$
- O diâmetro é a maior corda da circunferência do círculo.

Para traçar uma circunferência de círculo é preciso indicar o centro e a medida do raio, como na notação (simbologia) abaixo:

**C (O;  $r = 1,5\text{cm}$ )** ou **C (O;  $1,5\text{cm}$ )**

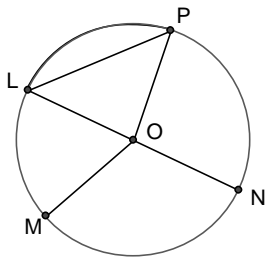
Lê-se: Circunferência de círculo de centro **O** e raio de medida  $r$ .

1. Assinale (V) ou (F) – verdadeiro ou falso:



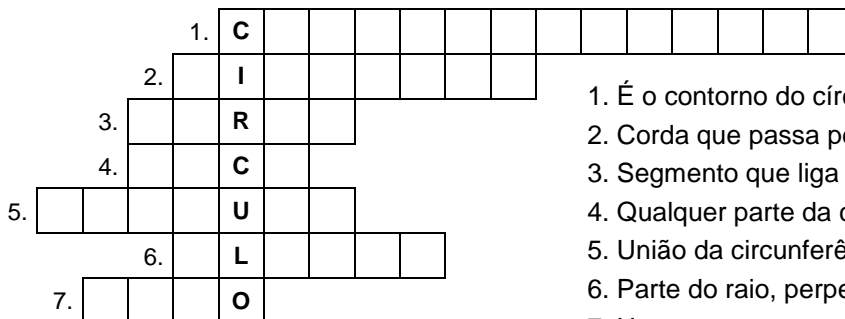
- a) A pertence ao círculo. (.....)
- b) M pertence ao círculo. (.....)
- c) M pertence à circunferência de círculo. (.....)
- d) A pertence à circunferência de círculo. (.....)
- e) S é ponto exterior. (.....)

2. Complete conforme a figura:



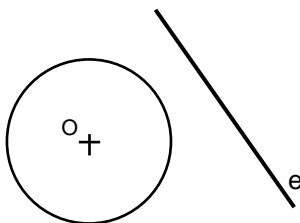
- a)  $\overline{LN}$  é um .....
- b)  $\overline{OL}$ ,  $\overline{OM}$ ,  $\overline{ON}$ , e  $\overline{OP}$  são .....
- c)  $\widehat{LP}$  é um ....., enquanto que  $\overline{LP}$  representa uma .....

3. Use a palavra CÍRCULO para formar as horizontais:

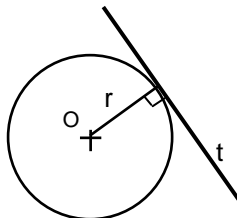


- 1. É o contorno do círculo.
- 2. Corda que passa pelo centro.
- 3. Segmento que liga dois pontos da circunferência do círculo.
- 4. Qualquer parte da circunferência do círculo.
- 5. União da circunferência com o seu interior.
- 6. Parte do raio, perpendicular à corda.
- 7. Une o centro a qualquer ponto da circunferência do círculo.

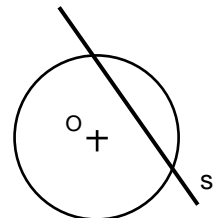
#### ♦ POSIÇÕES RELATIVAS DE UMA RETA COM UMA CIRCUNFERÊNCIA DE CÍRCULO



**Reta Exterior**  
Não há ponto comum.

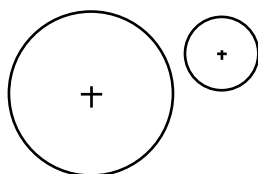


**Reta Tangente**  
Possuem um ponto comum. A reta tangente será sempre perpendicular ao raio da circunferência de círculo. O ponto onde o raio toca a reta tangente é o ponto de tangência.

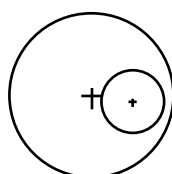


**Reta Secante**  
Possuem dois pontos comuns.

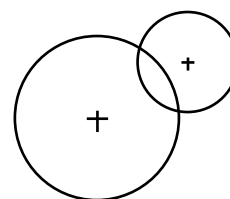
♦ POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS DE CÍRCULO



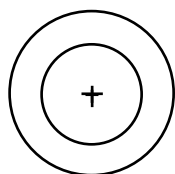
**Exteriores**  
Não há pontos comuns.



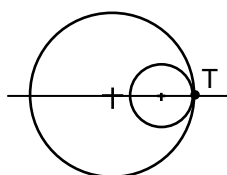
**Interiores**  
Não há pontos comuns.



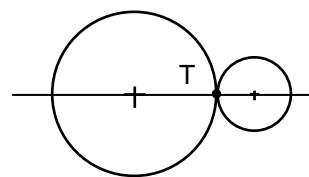
**Secantes**  
Possuem dois pontos comuns.



**Concêntricas**  
Possuem o mesmo centro.



**Tangentes Internas**  
Possuem um ponto comum.



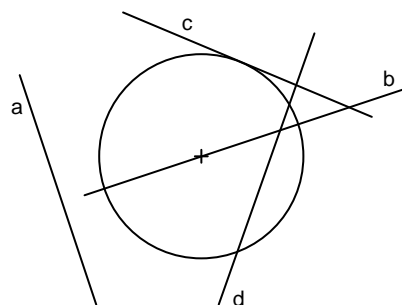
**Tangentes Externas**  
Possuem um ponto comum.



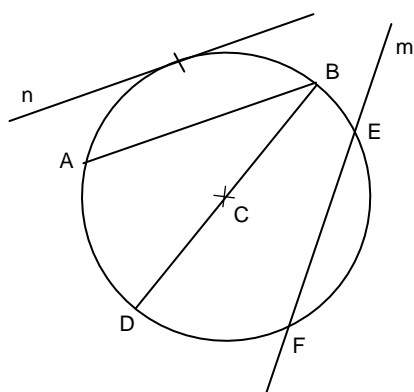
A reta que une os centros das duas circunferências determina o ponto de tangência.

1. Complete de acordo com a posição das retas em relação à circunferência de círculo:

- a) **a** é uma reta .....
- b) **b** é uma reta .....
- c) **c** é uma reta .....
- d) **d** é uma reta .....

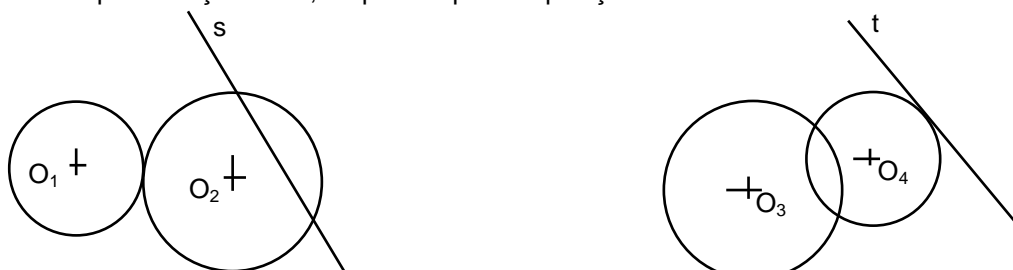


2. Identifique os elementos da circunferência de círculo:



- $\overline{AB}$  = .....
- $\overline{CD}$  = .....
- $\widehat{AD}$  = .....
- $\widehat{BD}$  = .....
- $\overline{BD}$  = .....
- $m$  = .....
- $n$  = .....
- $C$  = .....

3. De acordo com a representação dada, responda qual é a posição relativa:



- a) das circunferências de centro  $O_1$  e  $O_2$  \_\_\_\_\_  
 b) das circunferências de centro  $O_3$  e  $O_4$  \_\_\_\_\_  
 c) da circunferência de centro  $O_2$  e a reta  $s$  \_\_\_\_\_  
 d) da circunferência de centro  $O_4$  e a reta  $t$  \_\_\_\_\_  
 e) da circunferência de centro  $O_3$  e a reta  $t$  \_\_\_\_\_

4. Complete as lacunas de acordo com as posições relativas entre reta e circunferência e entre circunferências

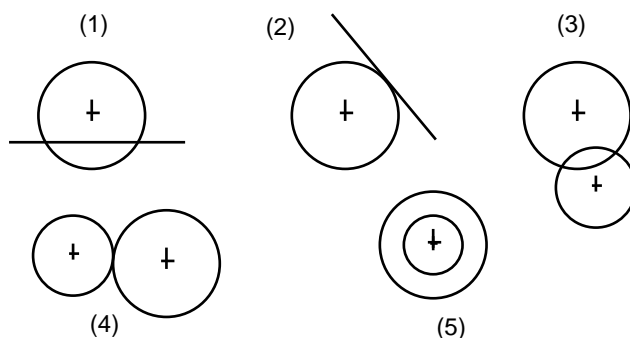
(1) reta \_\_\_\_\_ à circunferência

(2) reta \_\_\_\_\_ à circunferência

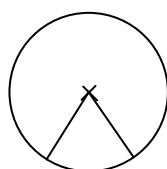
(3) circunferências \_\_\_\_\_

(4) circunferências \_\_\_\_\_

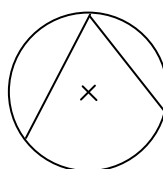
(5) circunferências \_\_\_\_\_



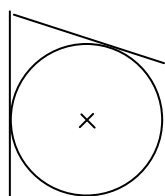
#### ♦ ÂNGULOS DA CIRCUNFERÊNCIA



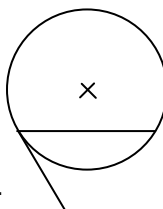
**Ângulo Central**  
 Vértice no centro da circunferência de círculo e seus lados são os raios.



**Ângulo Inscrito**  
 Vértice na circunferência de círculo e seus lados são suas respectivas cordas.

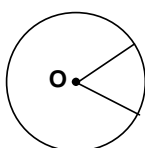


**Ângulo Circunscrito**  
 Seus lados são retas tangentes à circunferência

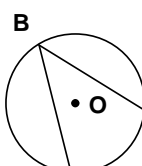


**Ângulo Segmento**  
 Vértice na circunferência de círculo, um de seus lados é uma corda e o outro é uma reta tangente.

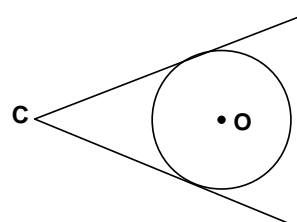
1. Complete com o nome de cada ângulo da circunferência.



O \_\_\_\_\_

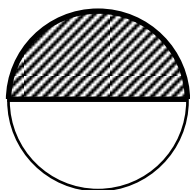


B \_\_\_\_\_



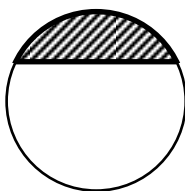
C \_\_\_\_\_

### ♦ PORÇÕES DO CÍRCULO



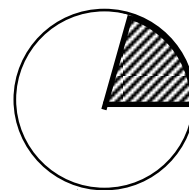
**Semicírculo**

Região limitada por um diâmetro e pelo arco por ele determinado.



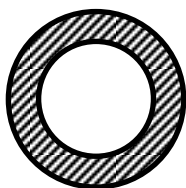
**Segmento circular**

Região limitada por uma corda e pelo arco por ela determinado.



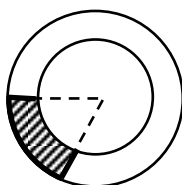
**Setor circular**

Região limitada por dois raios e pelo arco por eles determinado.



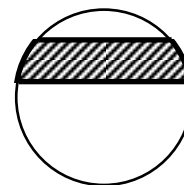
**Coroa circular**

Região compreendida por duas circunferências concêntricas.



**Trapézio circular**

Região constituída pelos pontos comuns a uma coroa e a um setor circulares.



**Zona circular**

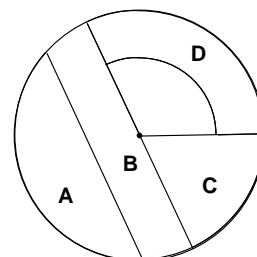
Região limitada por duas cordas paralelas e os arcos por elas

#### 1. Complete:

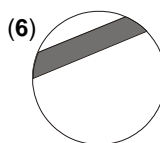
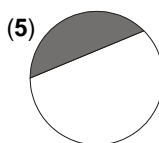
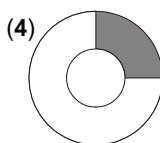
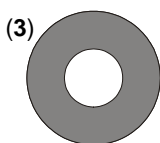
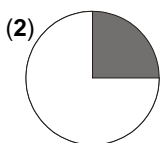
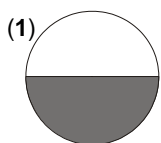
- Circunferência de círculo é o contorno do .....
- Parte ou porção do círculo entre dois círculos concêntricos é chamada .....
- Parte do círculo determinada por um ângulo central é um .....
- O resultado da divisão do círculo por uma corda tem o nome de .....
- A superfície do círculo limitada por um diâmetro e seus arcos é denominada .....

#### 2. Pinte as regiões do círculo com cores distintas. Em seguida identifique as regiões formadas completando a legenda.

- (A) ⇒ .....
- (B) ⇒ .....
- (C) ⇒ .....
- (D) ⇒ .....

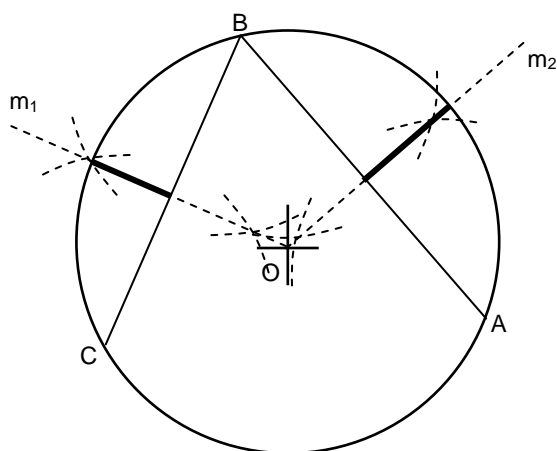


#### 3. Classifique as porções dos círculos relacionando as lacunas.

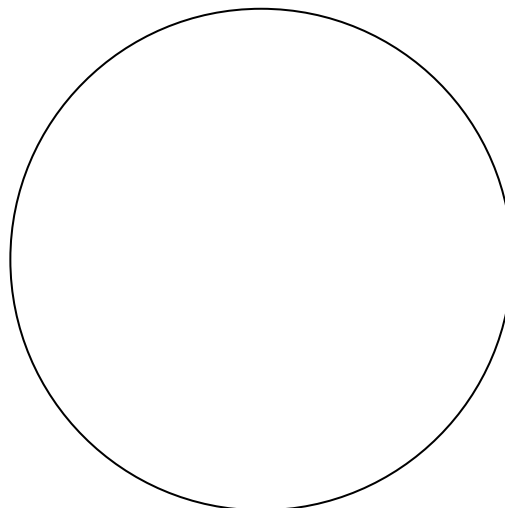


- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| a) (.....) setor circular    | d) (.....) semicírculo       |
| b) (.....) zona circular     | e) (.....) coroa circular    |
| c) (.....) segmento circular | f) (.....) trapézio circular |

### ⇒ Determinação do Centro da Circunferência de Círculo



a) Dada a circunferência de círculo determinar a mediatriz de duas cordas aleatórias.



A partir do desenho acima podemos observar que:

- A flecha é perpendicular à corda.
- A reta suporte da flecha é a mediatriz da corda.
- A mediatriz passa pelo centro da circunferência de círculo.
- $m_1$  e  $m_2$  são as mediatrizes.

b) Dados três pontos não-colineares (**P**, **R** e **S**) que pertencem a uma circunferência de círculo.

Para que se possa obter o centro da circunferência de círculo que passa por esses três pontos, desenhe as retas mediatrizes de duas cordas determinadas por **P**, **R** e **S**.

R  
+

+ S

+  
P

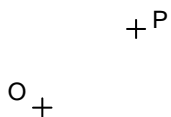
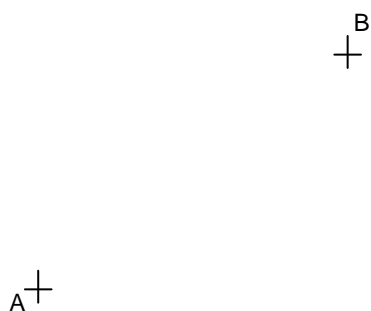
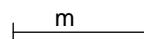
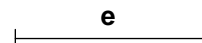
- As duas mediatrizes se cruzaram em quantos pontos? .....

- Comparando, com o compasso, as distâncias entre esse ponto e os pontos P, R e S, podemos concluir que o ponto de intersecção das ..... das cordas é o ..... do círculo.

♦ Três pontos não-colineares determinam uma única circunferência de círculo

**EXERCÍCIOS:**

1. Construa o que se pede:

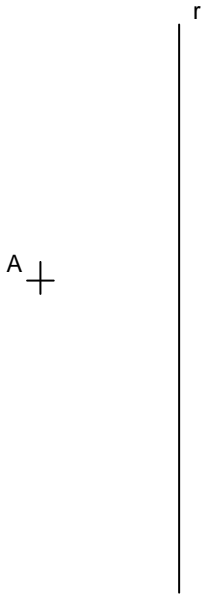
a)  $C(O; \overline{OP})$ c)  $C(B; r = 25\text{mm})$ .2. Represente a circunferência de círculo de diâmetro  $\overline{AB}$ .b)  $C(A; m)$ d)  $C_1(A; r = 20\text{mm})$  e  $C_2(B; e)$ 

As circunferências são

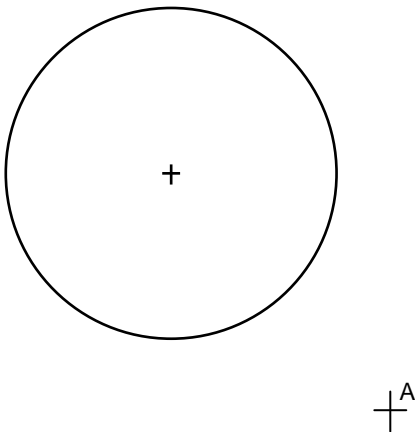
3. Trace a circunferência de círculo de raio igual a 25 mm e que passa pelos pontos A e B.



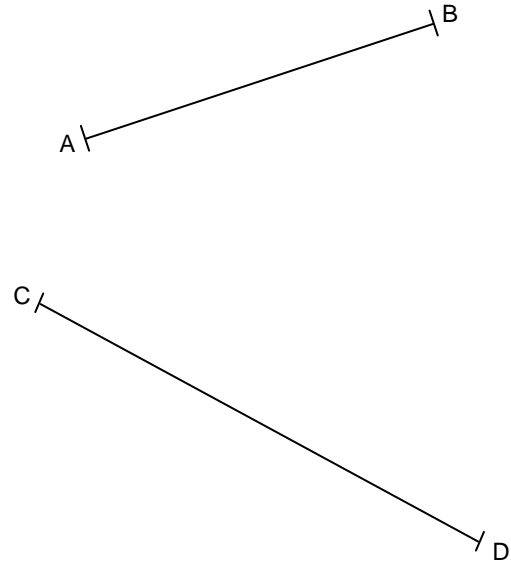
4. Trace a circunferência de círculo de raio igual a 25 mm sabendo que ela passa por A e que seu centro pertence à reta r. Mostre todas as soluções possíveis.



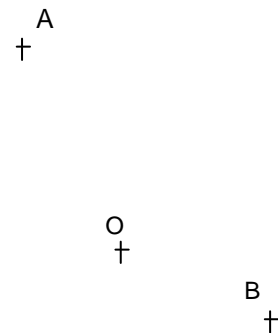
6. Determine o ponto P pertencente à circunferência de círculo dada e distante 35 mm do ponto A. Quantas soluções há?



5. Trace a circunferência de círculo que contém as cordas  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ .



7 Construa duas circunferências de círculo de centro O, uma passando por A e a outra passando por B.



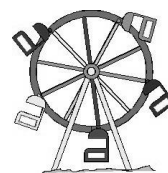
As circunferências são

.....

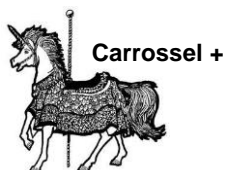
.....



8. Na reforma de um parque, foi decidido construir uma pista circular ligando os três brinquedos mais frequentados. O proprietário deseja colocar a bilheteria (**B**) equidistante dos três brinquedos. Determine o ponto onde será instalada a bilheteria e trace a pista.



+ Roda gigante



Carrossel +

+ Trenzinho



9. É sempre possível determinar um ponto equidistante de três pontos? ..... .

Justifique sua resposta.

.....

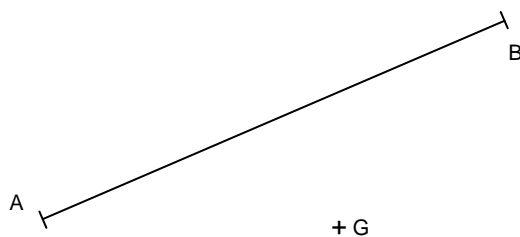
.....

.....

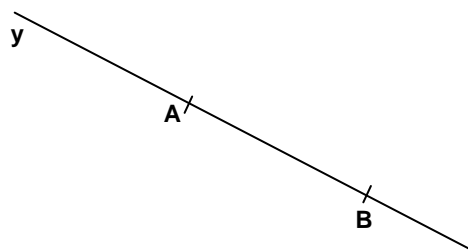
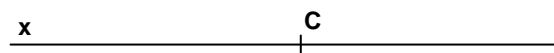
.....

.....

10. Um semicírculo é limitado pelo diâmetro  $\overline{AB}$ . Desenhe-o, sabendo que **G** é interior ao semicírculo.



11. Dados os pontos **A**, **B** e **C** e as retas **x** e **y**, determine o centro (**O**) e trace a circunferência do círculo que passa pelos três pontos não-colineares. Em seguida identifique:



a)  $\overline{AC} \Rightarrow$  .....

b)  $\widehat{BC} \Rightarrow$  .....

c) **x**  $\Rightarrow$  .....

d) **y**  $\Rightarrow$  .....

12. Construa a circ.(**R**; **RP**) e em seguida determine:

a) um ângulo inscrito **LMP** de  $60^\circ$ .

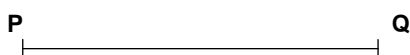
b) um ângulo central **LRP**.

c) qual o valor deste ângulo central? .....

**R**

**P**

13. Construa o segmento circular conhecendo sua corda  $\overline{PQ}$  e sabendo que o raio do círculo mede 30 mm. Finalize pintando o segmento circular.



14. Nas circunferências de círculo (**P**;  $\overline{PB}$ ) e (**P**;  $\overline{PS}$ ) construa um trapézio circular sabendo que o ângulo central GPS mede  $120^\circ$ . Finalize pintando o trapézio circular.

**S**

**P**

**B**

**Exercícios Extras:****♦ POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE RETA E CIRCUNFERÊNCIA DE CÍRCULO**

1. Construa o círculo (M; MR) e as retas pedidas a partir dos pontos dados:

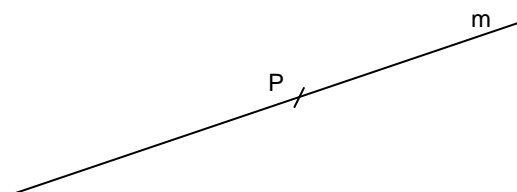
⇒ Reta **b** exterior, na posição vertical, com distância de 3,0cm de do centro M;

⇒ Reta **d** secante, na posição vertical, passando pelo centro M;

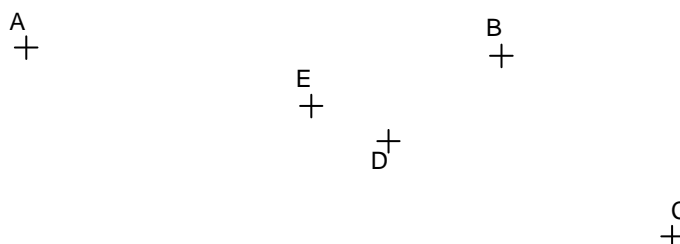
⇒ Reta **f** tangente, passando pelo ponto R.



2. Desenhe um círculo de raio igual a 2,0cm tangente à reta **m** pelo ponto P, dados. Quantas soluções existem? \_\_\_\_\_

**♦ POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS CIRCUNFERÊNCIAS DE CÍRCULO**

3. Conhecendo os pontos A, B, C, D e E, faça o que se pede e depois responda as perguntas:



3.1. Construa os círculos pedidos:

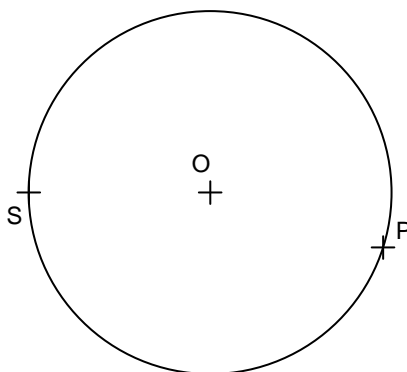
- a) Circ. (A; 1,8cm)
- b) Circ. (B; BC)
- c) Circ. (C; CD/2)
- d) Circ. (D; DE)

3.2. Em relação aos círculos construídos na questão 3.1, responda abaixo:

- a) Qual a posição relativa entre as circunferências de centros B e D? \_\_\_\_\_
- b) Qual a posição relativa entre as circunferências de centros A e C? \_\_\_\_\_

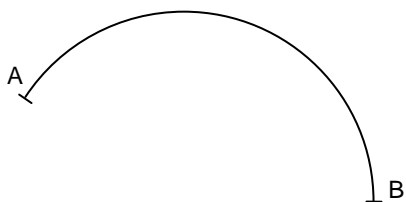
4. Construa os círculos tangentes ao círculo dado de acordo com as informações dadas.

- a) círculo (M; 2cm) tangente exterior ao círculo dado pelo ponto S;  
 b) círculo (R; 1,5cm) tangente interior ao círculo dado pelo ponto P.



#### ♦ ÂNGULOS DO CÍRCULO

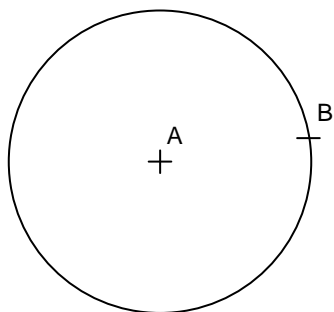
5. Construa o ângulo central de arco AB. Qual a sua medida em graus? \_\_\_\_\_



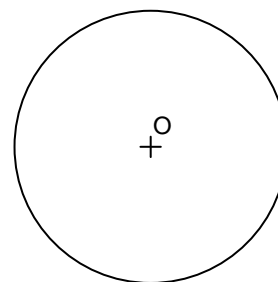
6. Desenhe o círculo (A; 2,5cm) e dois ângulos centrais PAW e SAV de  $90^\circ$ , opostos pelo vértice.



7. Trace o ângulo inscrito DBC de  $60^\circ$  sabendo que a corda CB possui medida igual a 2,8cm



8. Desenhe um diâmetro AB, na posição horizontal e construa o ângulo de segmento ABC. Qual o valor do ângulo? \_\_\_\_\_



9. Construa o ângulo circunscrito PNS de  $120^\circ$  no círculo (M; 2,0cm) sabendo PN que está na posição horizontal.

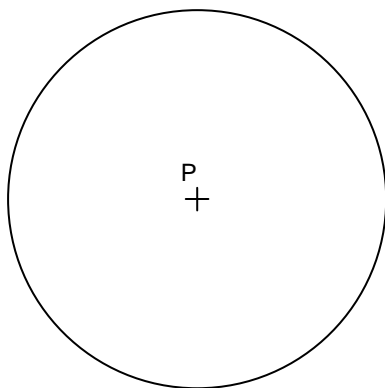


#### ♦ PORÇÕES DO CÍRCULO

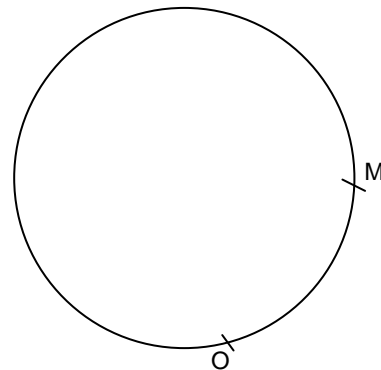
11. Desenhe no círculo abaixo:

⇒ Um setor circular sabendo que seu ângulo central equivale a  $1/6$  do círculo e um dos raios está na posição vertical.

⇒ Uma faixa circular com distância entre suas cordas de 1,0cm, na posição horizontal.



10. Trace o ângulo inscrito MNO no círculo dado, sendo conhecidos os pontos M e O e sabendo que o vértice equidista destes pontos.



12. Desenhe uma coroa circular de centro P e raio PA. O círculo concêntrico possui raio igual a  $3/4$  de PA.



13. A partir do diâmetro RS construa:

⇒ O semicírculo de arco RS.

⇒ Um trapézio circular com círculo concêntrico de raio igual a  $1/8$  RS e ângulo central igual a  $1/3$  do semicírculo. Considere o ângulo central equidistante aos outros  $2/3$ .





Catedral de Notre-Dame, Paris

## ROSÁCEAS

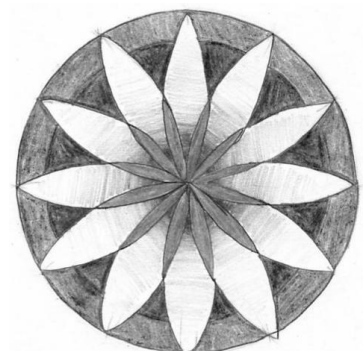
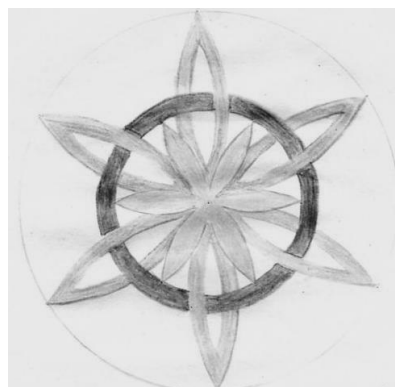
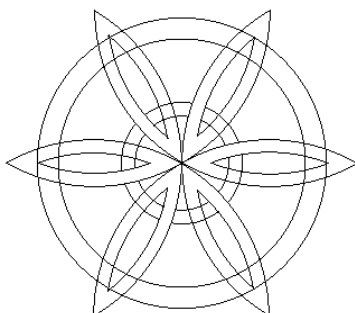
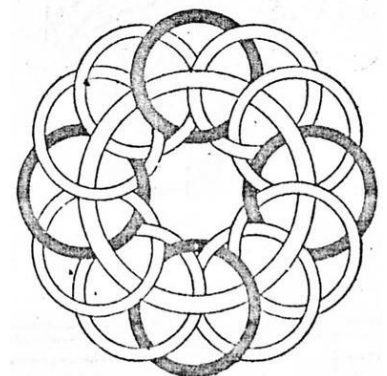
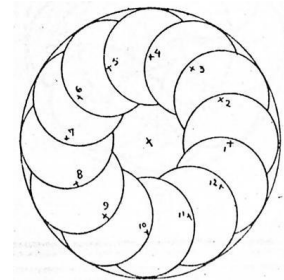
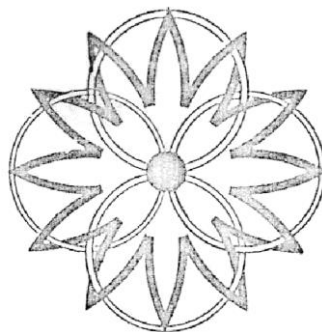
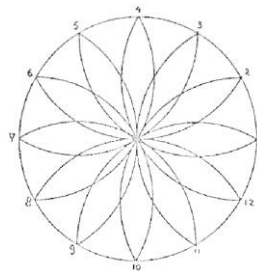
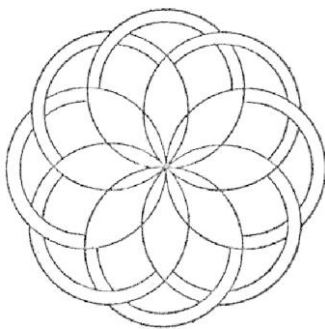
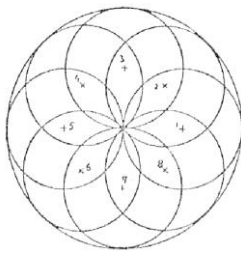
Exercício para ser feito na prancha A4

A *rosácea* teve origem no período romano transformando-se em janela durante o período românico. Porém, é durante o período gótico que a rosácea atinge o seu auge.

As inovações técnicas desse período possibilitaram “abrir” grandes vãos de parede para a entrada da luz. Esta abertura circular (rosácea) é preenchida por vidro colorido, com cores fortes, acentuando o realismo da representação (temas bíblicos).

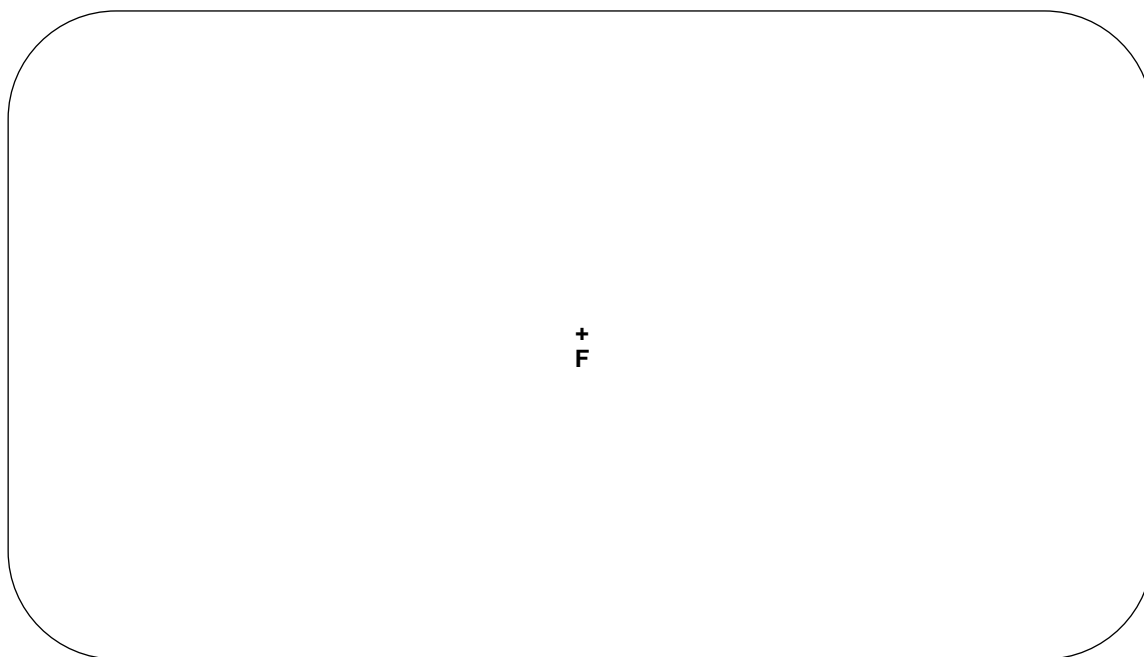
A rosácea situa-se sobre o portal da fachada principal.

### Exemplos de rosáceas



**EXERCÍCIOS:**

1. Desenhe uma rosácea de seis pétalas, inscrita na **Circ.(F; 3cm)**. Lembre-se de pintar a composição com capricho.



2. Construa uma rosácea de doze pétalas, inscrita na circunferência de círculo de 5 cm de raio e centro P. Use sua criatividade para pintar e decorar a composição formada.

+  
P